



MATEMÁTICA

MMC e MDC

14.08.2021

Múltiplo e Divisor

Múltiplo

Os múltiplos são números que resultam da multiplicação de um número natural por qualquer número natural.

Múltiplos de 3: {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ...}

Múltiplos de 10: {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, ...}

Divisor

Um número é divisor de outro número, quando fazemos a divisão e o resultado é exato (o número é inteiro e não há resto)

Divisores de 3: $\{1, 3\}$ → Número Primo

Divisores de 10: $\{1, 2, 5, 10\}$

O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

- cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
- todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
- não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

Informações:

- 400 ingressos vespertino.
- 320 ingressos noturno.
- cada escola recebe ingressos para uma única sessão.
- todas as escolas recebem o mesmo nº de ingressos;
- não haverá sobra de ingressos.

Questão:

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas

Pensando em soluções:

Algumas possibilidades seriam:

- 1 ingresso por escola → 720 escolas
- 2 ingressos por escola → 360 escolas
- 4 ingressos por escola → 180 escolas
- 10 ingressos por escola → 72 escolas
- Etc.

Percebam que conforme **aumentamos** o número de **ingressos por escola** , **diminuímos** o **número de escolas** .

Então o número mínimo de escolas corresponderá ao número máximo de ingressos por escola!

Informações:

- 400 ingressos vespertino.
- 320 ingressos noturno.
- 1.** cada escola recebe ingressos para uma única sessão.
- 2.** todas as escolas recebem o mesmo nº de ingressos;
- 3.** não haverá sobra de ingressos.

Questão:

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas

400 ingressos

$\div 2$

200

$\div 2$

100

$\div 2$

50

$\div 2$

25

$\div 5$

5

+

320 ingressos

160

80

40

20

4

= 9

Informações:

- 400 ingressos vespertino.
- 320 ingressos noturno.

1. cada escola recebe ingressos para uma única sessão.

2. todas as escolas recebem o mesmo n° de ingressos;

3. não haverá sobra de ingressos.

Questão:

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas

400

$$\begin{array}{r} \div 2 \\ \div 2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \div 2 \\ \div 2 \end{array}} \right) \div 4$$

$\div 2$

$$\left. \vphantom{\begin{array}{r} \div 2 \\ \div 2 \end{array}} \right) \div 16$$

$$\begin{array}{r} \div 2 \\ \div 2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \div 2 \\ \div 2 \end{array}} \right) \div 4$$

$\div 2$

$\div 5$

$$\div 16 \times 5 = 80$$

320

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 32} \\ 4 \overline{) 32} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$$

Informações:

- 400 ingressos vespertino.
- 320 ingressos noturno.

1. cada escola recebe ingressos para uma única sessão.

2. todas as escolas recebem o mesmo nº de ingressos;

3. não haverá sobra de ingressos.

Questão:

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas

Serão distribuídos 80 ingressos por escola!

São 400 do vespertino.

$$\underline{400}/80 = 5 \text{ escolas}$$

São 320 do noturno.

$$\underline{320}/80 = 4 \text{ escolas.}$$

Então o número mínimo de escolas que podem ser escolhidas é **$5 + 4 = 9$ escolas.**

Informações:

- 400 ingressos vespertino.
- 320 ingressos noturno.
- 1.** cada escola recebe ingressos para uma única sessão.
- 2.** todas as escolas recebem o mesmo n° de ingressos;
- 3.** não haverá sobra de ingressos.

Questão:

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas

MDC

O máximo divisor comum (MDC), como sugere o nome, é o maior dos divisores que é comum a dois ou mais números.

Calculando o MDC - Divisores

Para encontrar os divisores de um número, basta dividirmos esse número pelos números primos, até que o resultado seja apenas 1.

Calculando o MDC - Divisores

Exemplo

| | | | |
|----|----|--|---------------------------|
| 40 | 32 | | 2 |
| 20 | 16 | | 2 |
| 10 | 8 | | 2 |
| 5 | 4 | | |
| | | | $2 \times 2 \times 2 = 8$ |

$$\text{mdc}(40, 32) = 8$$

Fatoração

Podemos escrever todos os números como uma multiplicação de números primos.

Chamamos de fatoração.

Fatoração - Exemplo

$$18 \div \underline{2} = 9$$

$$9 \div \underline{3} = 3$$

$$3 \div \underline{3} = 1$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

Encontrando o MDC

Para encontrar o MDC, temos que encontrar quais são os divisores (ou fatores) em comum entre os números em questão.

Encontrando o MDC

Podemos listar os divisores dos números.

Exemplo: MDC (30, 45)

Divisores de 30: {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

Divisores de 45: {1, 3, 5, 9, 15, 45}

Encontrando o MDC = Máximo Divisor
Comum

Divisores do 5 = $\{\underline{1}, 5\}$

Divisores do 4 = $\{\underline{1}, 2, 4\}$

$$\text{mdc}(5, 4) = 1$$

Encontrando o MDC

Podemos listar os divisores dos números.

Exemplo: MDC (30, 45)

Divisores de 30: {1, 2, 3, 5, 6, 10, **15**, 30}

Divisores de 45: {1, 3, 5, 9, **15**, 45}

O maior dos divisores em comum é o 15,
então $\text{MDC}(30, 45) = 15$

Encontrando o MDC

Podemos fatorar os números, e escolhemos os fatores comuns.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Exemplo: MDC (30, 45)

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = \underline{3}^2 \times 5 \text{ (ou } 3 \times 3 \times 5)$$

Encontrando o MDC

Podemos fatorar os números, e escolhemos os fatores comuns.

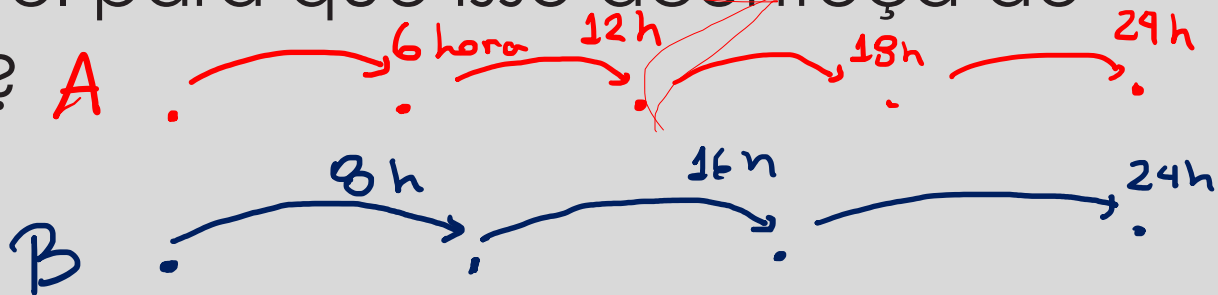
Exemplo: MDC (30, 45)

$$30 = 2 \times \underline{3} \times \underline{5} \qquad 45 = 3^2 \times 5 \text{ (ou } \underline{3} \times 3 \times \underline{5}\text{)}$$

Os fatores em comum são 3 e 5, então:

$$\text{MDC (30, 45)} = 3 \times 5 = 15$$

Numa estação rodoviária os ônibus para a cidade A partem de 6 em 6 horas e para a cidade B, de 8 em 8 horas. Numa ocasião, um ônibus para a cidade A partiu junto com outro para a cidade B. Qual o menor tempo possível para que isso aconteça de novo?



Informações:

- A parte de 6 em 6 horas.
- B Parte de 8 em 8 horas.
- A partiu junto ~~de~~ B.

Com

Questão: Menor tempo para que A e B partam juntos.

24 h

MMC

O mínimo múltiplo comum (MMC), como sugere o nome, é o menor dos múltiplos que é comum a dois ou mais números.

Encontrando o MMC

Podemos encontrar o MMC entre números listando os múltiplos.

Exemplo: MMC (12, 9)

Múltiplos de 12: {12, 24, 36, 48, 60, ... }

Múltiplos de 9: {9, 18, 27, 36, 45, ... }

Encontrando o MMC

Podemos encontrar o MMC entre números listando os múltiplos.

Exemplo: MMC (12, 9)

Múltiplos de 12: {12, 24, **36**, 48, 60, ... }

Múltiplos de 9: {9, 18, 27, **36**, 45, ... }

O menor dos divisores comuns é 36, então:
 $\text{MMC}(12, 9) = 36$

Encontrando o MMC

Podemos calcular o MMC usando a fatoração.

Devemos escolher o maior dos expoentes de cada fator primo que aparece.

Exemplo: MMC (12, 9)

$$12 = 2^2 \times 3 \quad 9 = 3^2$$

Encontrando o MMC

Podemos calcular o MMC usando a fatoração.

Devemos escolher o maior dos expoentes de cada fator primo que aparece.

Exemplo: MMC (12, 9)

$$12 = \underline{2^2} \times 3 \qquad 9 = \underline{3^2}$$

$$\text{MMC} (12, 9) = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

Sona

Originários dos povos da Angola e países vizinhos, os **sona** são desenhos que os homens mais velhos criavam no chão de terra para narrar histórias para as crianças.



rede-cama para transporte de notáveis



morto no esquife



sepultura



ponte suspensa



cama de grande chefe



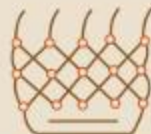
vara de transporte de peixe seco



galinha a assar no espeto



machado



toucado de mulher



curral de bois com quatro casas de pastores



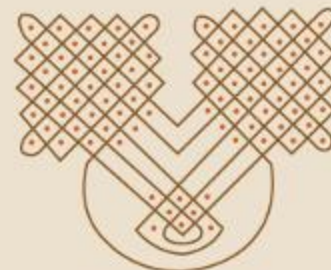
conjunto de quatro casas



fole de ferreiro



chocalho duplo



casa de homem com duas mulheres

Sona

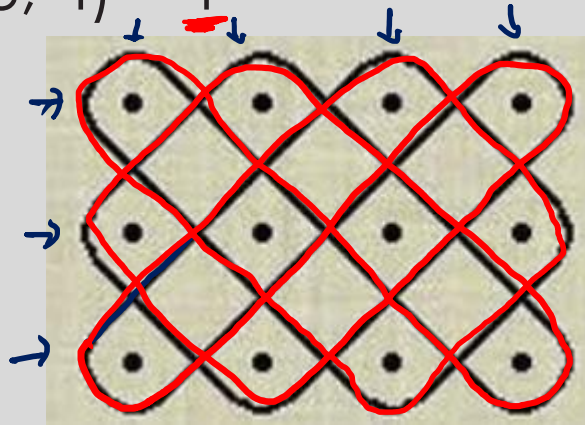
Originários dos povos da Angola e países vizinhos, os **sona** são desenhos que os homens mais velhos criavam no chão de terra para narrar histórias para as crianças.

Sona e MDC

Representação com 3 linhas e 4 colunas.

Feita usando 1 linha.

$$\text{mdc}(3, 4) = 1$$



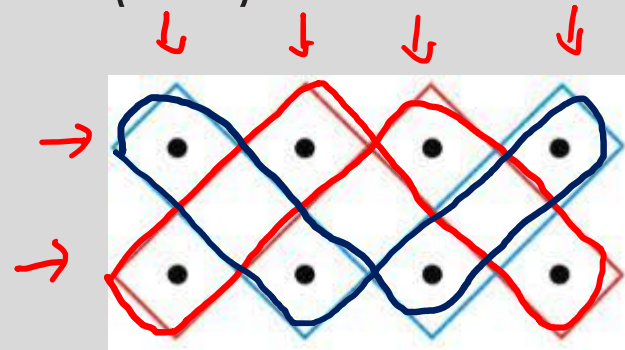
$$D^2 = \{1, 2\}$$

$$D(4) = \{1, 2, 4\}$$

Representação com 2 linhas e 4 colunas.

Feita usando 2 linhas.

$$\text{mdc}(2, 4) = 2$$



Sona

Ler mais em:

<https://amateriadotempo.blogspot.com/2011/05/desenhos-na-areia-em-africa.html>