Matemática ♡

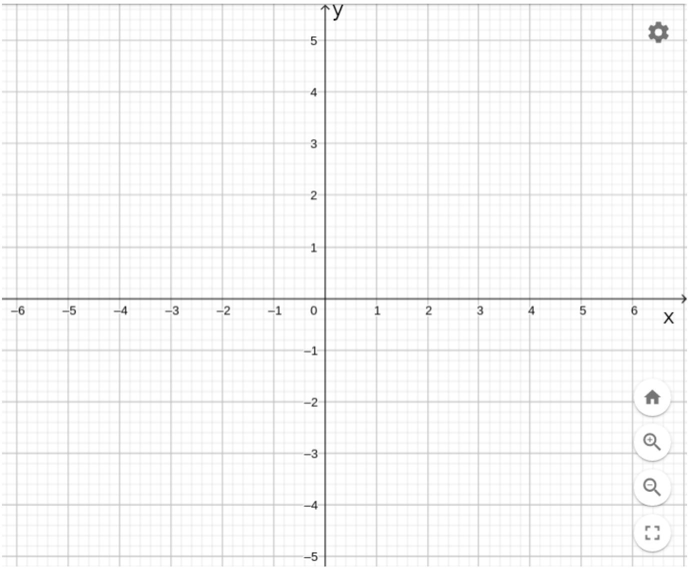
Aula de Geometria Analítica (28/08)

O que é a Geometria Analítica?

É o estudo da geometria (pontos, retas, círculos e outras formas) através de um sistema de coordenadas.

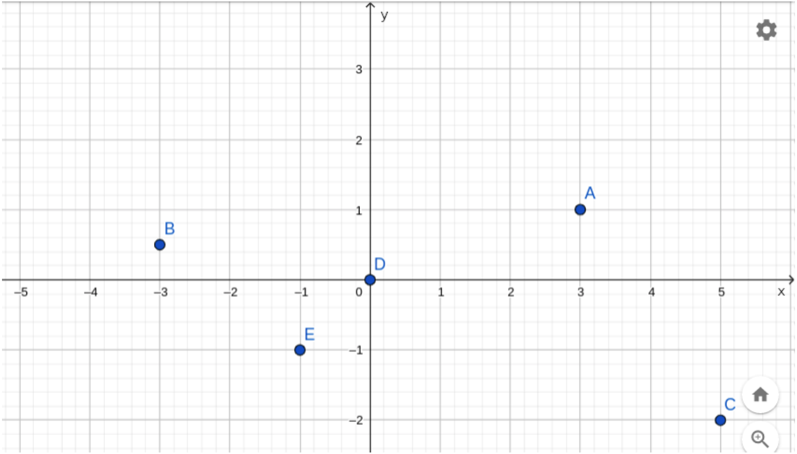
Com o sistema de coordenadas podemos estudar distâncias, ângulos, comprimentos, áreas, etc, de uma forma algébrica.

Nosso ambiente de trabalho: o plano cartesiano



Nosso ambiente de trabalho: o plano cartesiano

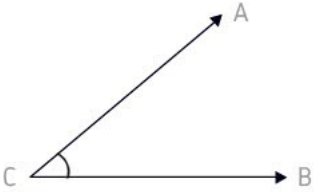
Como representar pontos do tipo $P = (x, y)$ no plano cartesiano (dizemos que x e y são as **coordenadas** do ponto P).

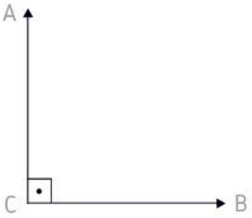


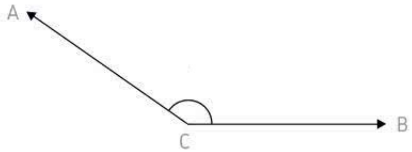
$$A = (3, 1), \ \ B = (-3, \tfrac{1}{2}), \ \ C = (5, -2), \ \ D = (0, 0), \ \ E = (-1, -1).$$

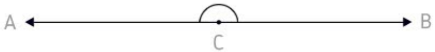
Ângulos: o que são?

Um **ângulo** é a união de duas semirretas que têm a mesma origem, no vértice.

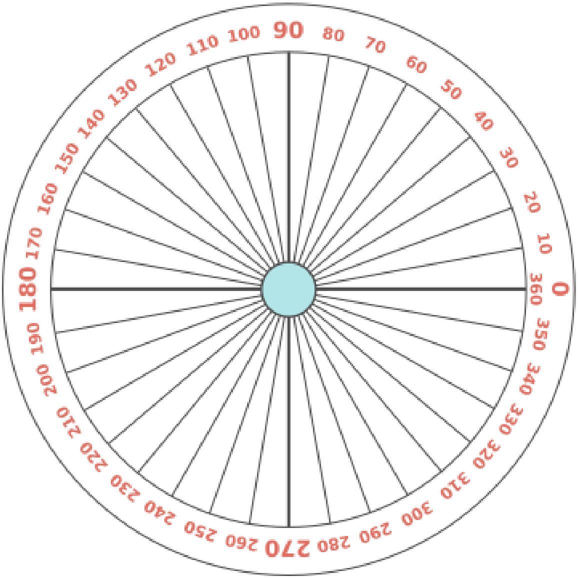




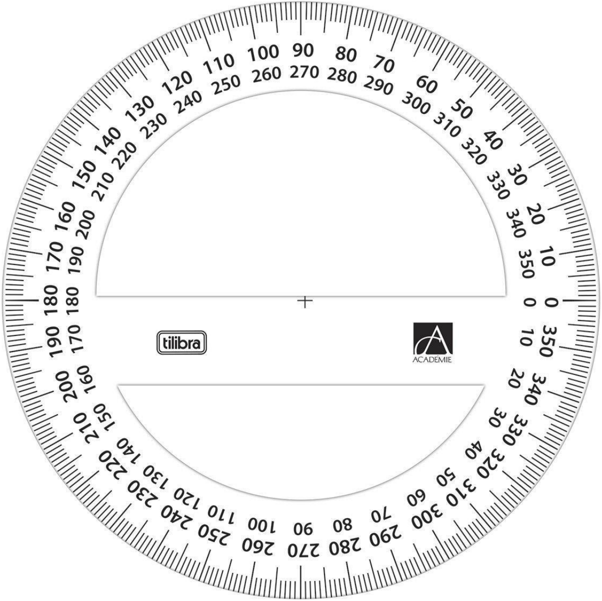




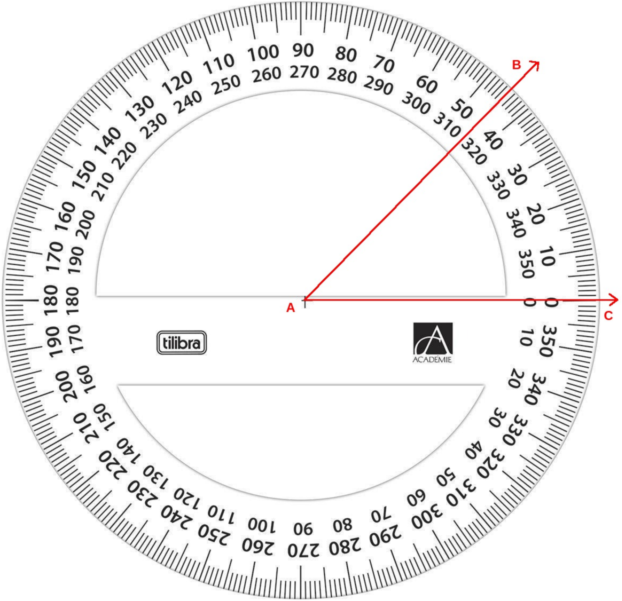
Ângulos: como medi-los?



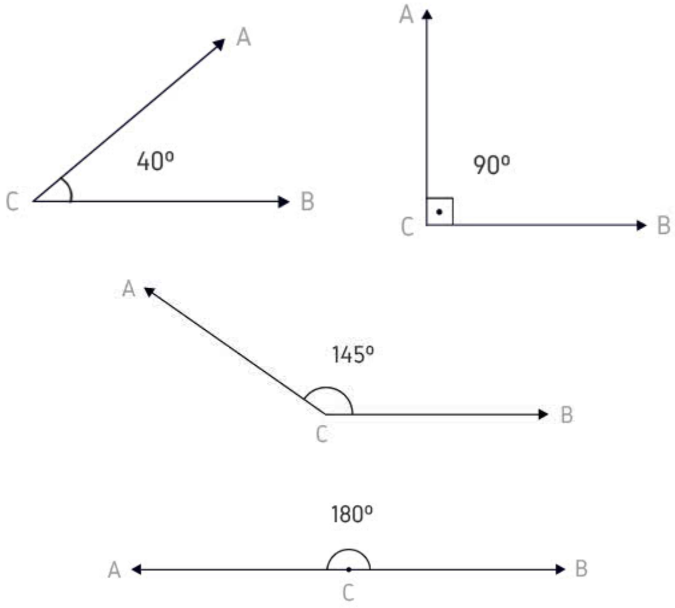
Ângulos: como medi-los?



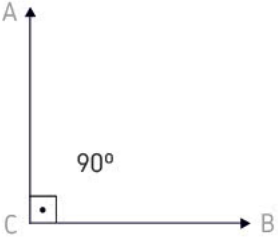
Ângulos: como medi-los?



Ângulos: medida angular



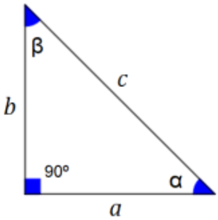
Um tipo de ângulo muito importante: o **ângulo reto**

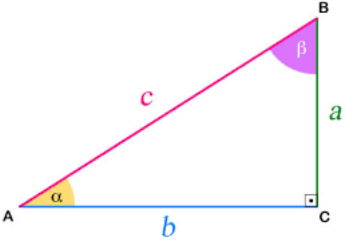


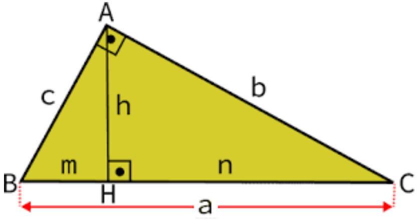
Usualmente, denotamos o ângulo reto por um quadrado com um ponto no meio.

Triângulo retângulo

Um **triângulo retângulo** é um triângulo em que um dos ângulos é reto.

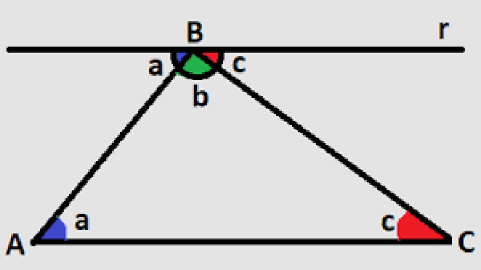






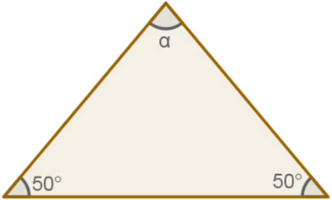
Ângulos e triângulos

A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°.



Ângulos e triângulos

A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°.

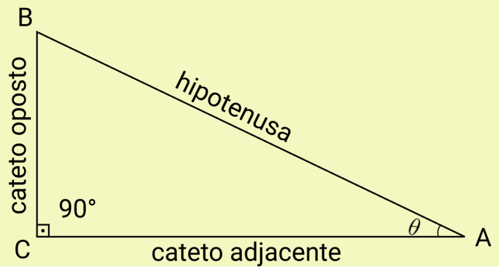


Neste caso $\alpha = 80°$

Alguns nomes importantes

A **hipotenusa** de um triângulo é o lado oposto ao ângulo reto.

Os **catetos** de um triângulo são os demais lados.

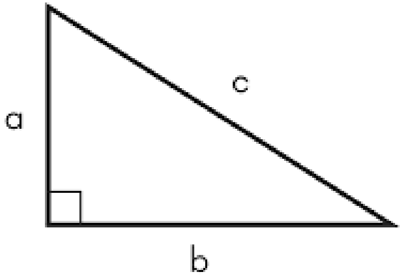


Teorema de Pitágoras

Teorema

Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Teorema de Pitágoras

Durante a aula eu esqueci de mostrar, mas estes dois gifs ilustram o Teorema de Pitágoras de uma forma lúdica:

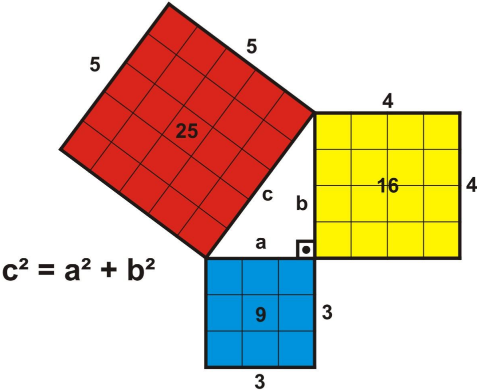
https://i.pinimg.com/originals/3f/cf/08/3fcf0828b7cc9306fb9dc8e3e26f407e.gif

https://images.squarespace-cdn.com/content/v1/5a01bfa1bce17651a5f3334d/1554427893854-XA7966NEDFT2J3DIA49V/Lock.gif?format=750w

(copie e cole no seu navegador)

Teorema de Pitágoras

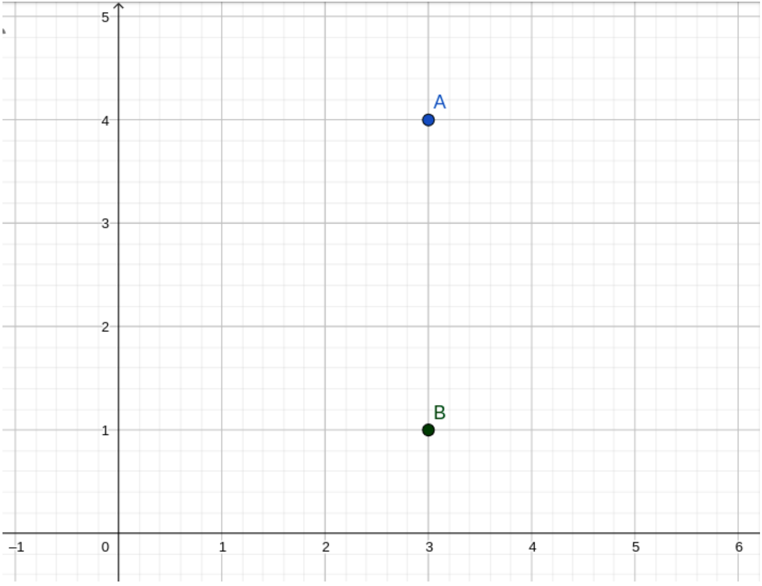
Basicamente, os gifs usam a ideia de que a^2 é a área de um quadrado com lado a, e o mesmo vale para b e c: b^2 é a área de um quadrado de lado b e c^2 é a área de um quadrado de lado c.



E o Teorema de Pitágoras diz que o quadrado vermelho tem mesma área do quadrado azul somado com a área do quadrado amarelo.

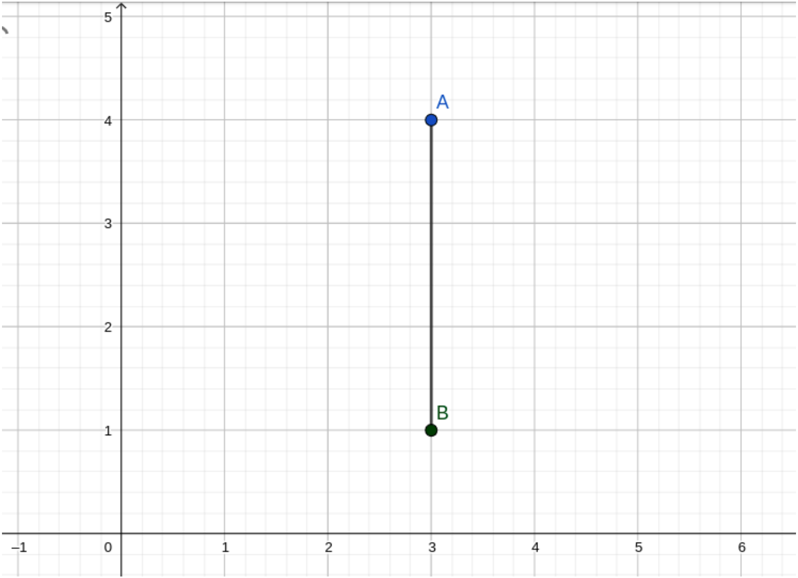
Distância entre pontos

Considere os pontos A e B com coordenadas: $A = (3, 4)$, $B = (3, 1)$



Distância entre pontos

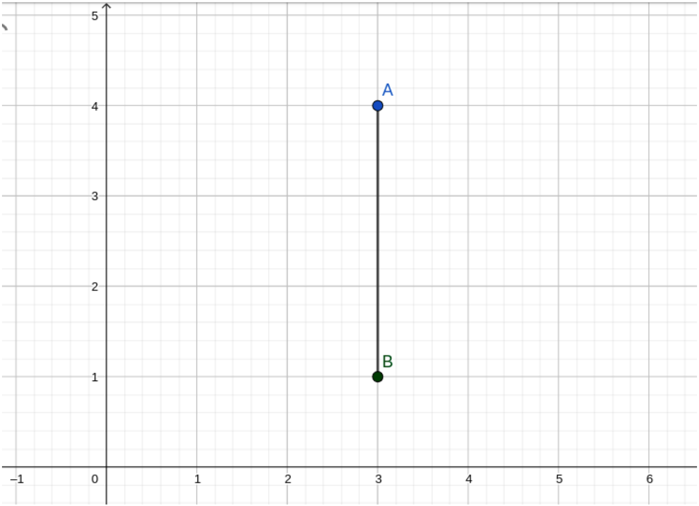
Considere os pontos A e B com coordenadas: $A = (3, 4)$, $B = (3, 1)$



Distância entre pontos

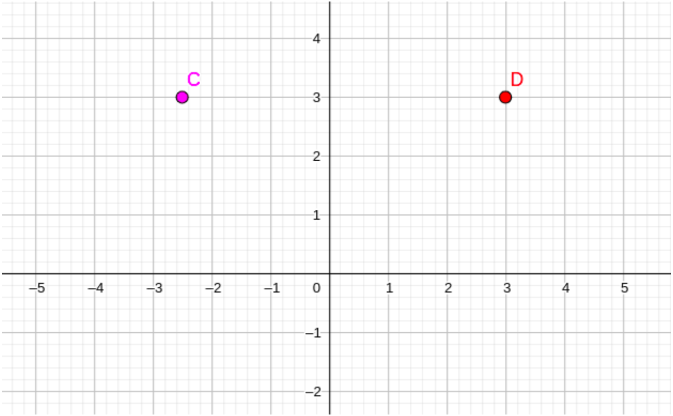
Coordenadas: $A = (3, 4)$, $B = (3, 1)$.

Distância $=$ posição final $-$ posição inicial $= 4 - 1 = 3$



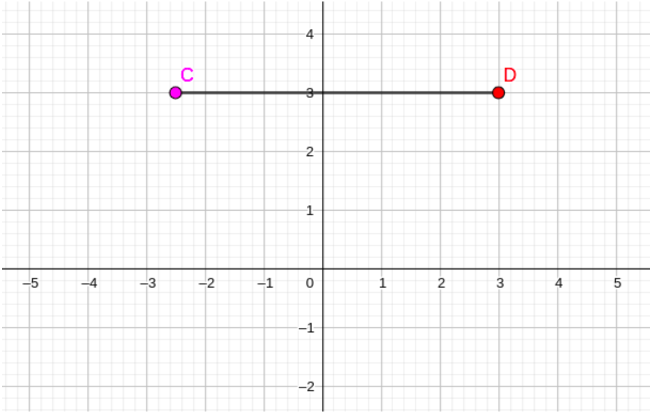
Distância entre pontos

Considere os pontos C e D com coordenadas $C = (-2.5, 3)$, $D = (3, 3)$:



Distância entre pontos

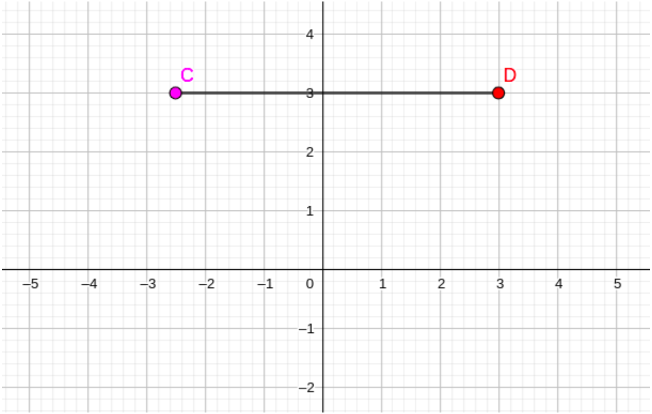
Coordenadas: $C = (-2.5, 3)$, $D = (3, 3)$.



Distância entre pontos

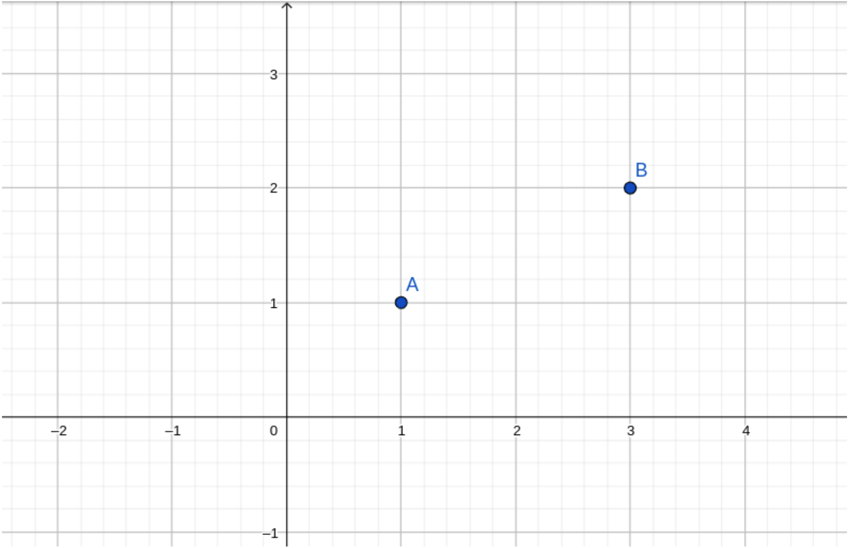
Coordenadas: $C = (-2.5, 3)$, $D = (3, 3)$.

Distância $=$ posição final $-$ posição inicial $= 3 - (-2.5) = 3 + 2.5 = 5.5$



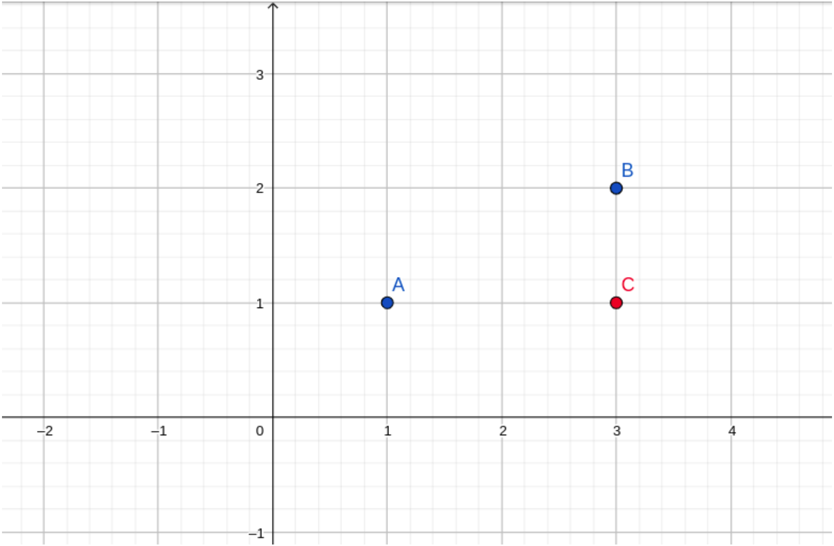
Distância entre pontos: aplicando o Teorema de Pitágoras

Como calcular a distância entre os pontos $A = (1, 1)$ e $B = (3, 2)$?



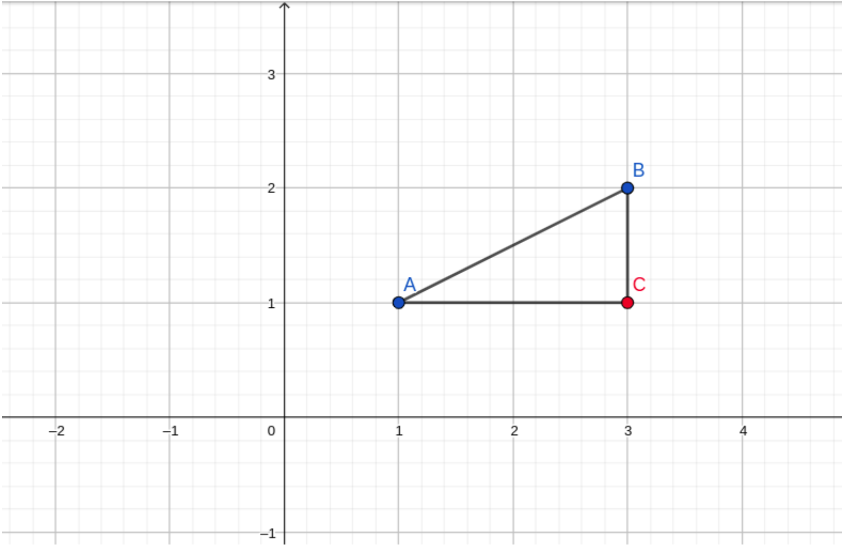
Distância entre pontos: aplicando o Teorema de Pitágoras

Calculando a distância entre os pontos A e B: encontre um ponto auxiliar



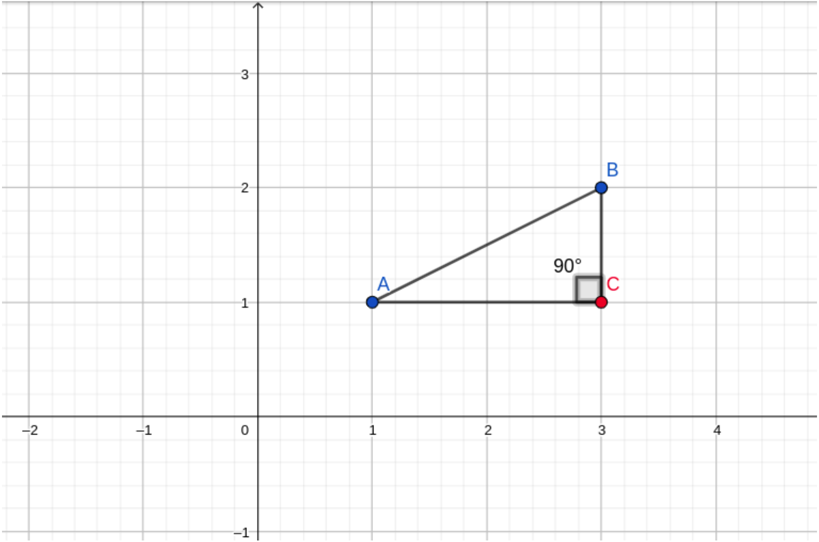
Distância entre pontos: aplicando o Teorema de Pitágoras

Trace os segmentos de reta



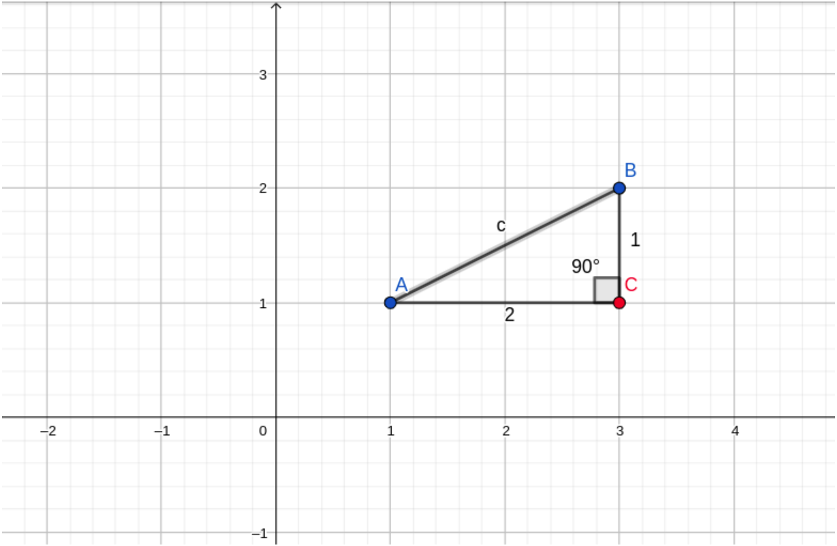
Distância entre pontos: aplicando o Teorema de Pitágoras

Encontre o ângulo reto



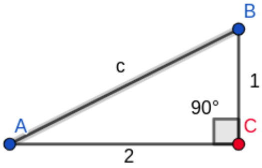
Distância entre pontos: aplicando o Teorema de Pitágoras

Identifique as distâncias envolvidas



Distância entre pontos: aplicando o Teorema de Pitágoras

Identifique a hipotenusa e os catetos



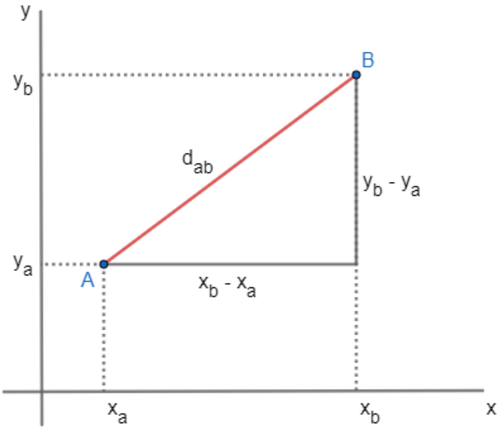
Aplique o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} 2^2 + 1^2 &= c^2 \\ 4 + 1 &= c^2 \\ 5 &= c^2 \\ c &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

Distância entre pontos

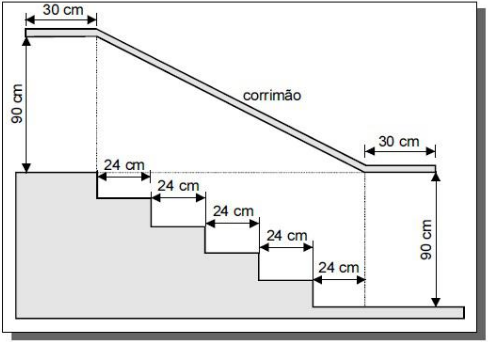
De forma geral, dados dois pontos $A = (x_A, y_A)$ e $B = (x_B, y_B)$, a distância entre A e B (denotada por d_{AB}) é dada por:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



Exercício resolvido (ENEM 2016)

Questão 63

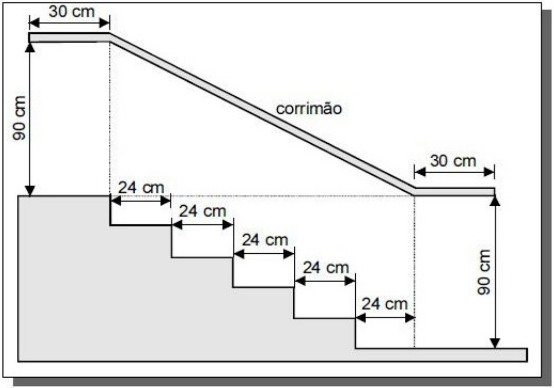


Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a

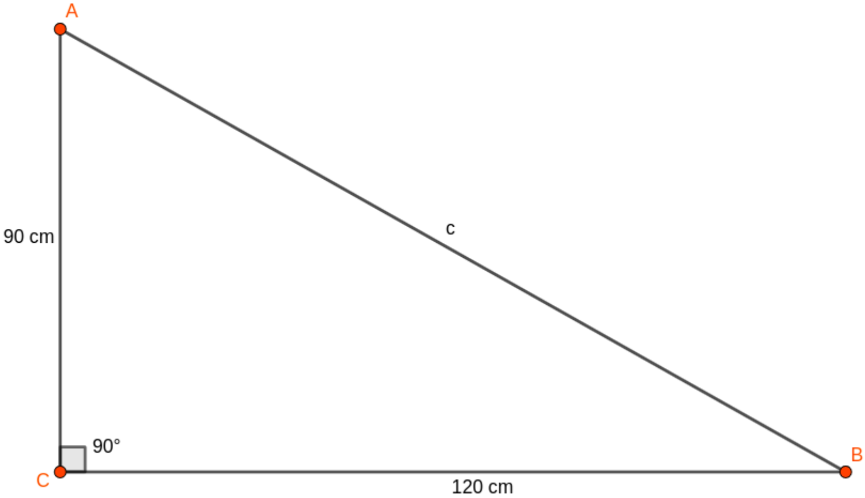
- A) 1,8 m.
- B) 1,9 m.
- C) 2,0 m.
- D) 2,1 m.
- E) 2,2 m.

Exercício resolvido (ENEM 2016)

Precisamos extrair um triângulo retângulo da figura:



Exercício resolvido (ENEM 2016)



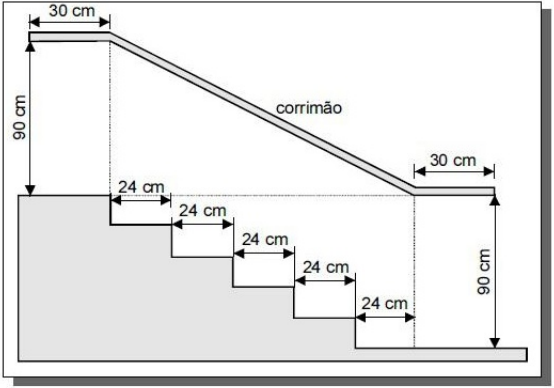
$$90^2 + 120^2 = c^2$$

Exercício resolvido (ENEM 2016)

$$
\begin{aligned}
90^2 + 120^2 &= c^2 \\
8100 + 14400 &= c^2 \\
22500 &= c^2 \\
c &= \sqrt{22500} \\
c &= \sqrt{225 \cdot 100} \\
c &= \sqrt{225} \cdot \sqrt{100} \\
c &= 15 \cdot 10 = 150cm
\end{aligned}
$$

Exercício resolvido (ENEM 2016)

Precisamos somar o comprimento de todas as partes do corrimão.



$$\text{Comprimento total} = 150cm + 30cm + 30cm = 210cm = 2,10m$$

Contato

Meu whatsapp: (11) 97758-8780 - Ale.

Não hesite em entrar em contato!!! Não guarde dúvida sobre a matéria; toda dúvida é válida! :)

Se cuidem! ♡