Gabarito - Lista 4 - Matemática (Funções)

① Dada uma função de primeiro grau $\boxed{f(x) = a \cdot x + b}$ temos que:

- Se $a > 0$ então f é crescente,
- Se $a < 0$ então f é decrescente,
- Se $a = 0$ então f é constante.

a) $f(x) = 4x + 6$.

Nesse caso $a = 4$ e $4 > 0$, logo f é <u>crescente</u>.

b) $f(x) = -x + 10$.

Neste caso $a = -1$ e $-1 < 0$, logo f é <u>decrescente</u>.

c) $f(x) = (x+2)^2 - (x-1)^2$.

Precisamos colocar a função f na forma $f(x) = ax + b$.

$$f(x) = (x+2)^2 - (x-1)^2 = (x+2)(x+2) - (x-1)(x-1)$$

$$= x^2 + \underbrace{2x + 2x}_{4x} + 4 - (x^2 - x - x + 1)$$

$$= x^2 + 4x + 4 - x^2 + x + x - 1$$

$$= \cancel{x^2} + 4x + 4 - \cancel{x^2} + 2x - 1$$

$$= 4x + 4 + 2x - 1$$

$$= 6x + 3$$

Logo $f(x) = 6x + 3$. Então $a = 6 > 0$. Logo f é <u>crescente</u>.

② Temos que $2{,}5\% = \frac{2{,}5}{100} = 0{,}025$

Se o valor total mensal das vendas é x, então ele recebe 750 mais 2,5% de x, logo, recebe $750 + 2{,}5\%\, x = 750 + 0{,}025 \cdot x$

Então $f(x) = 750 + 0{,}025 \cdot x$ é a resposta correta.

(3) Se h denota a quantidade de horas necessárias para execução do serviço e o valor da hora para realização do serviço é 20 reais por hora então temos que $20 \cdot h$ é o valor total das horas de realização do serviço. E como cada visita custa 40 reais, então o valor a ser pago é $40 + 20 \cdot h$ reais. Logo $P = 40 + 20 \cdot h$.

(4) a) $f(x) = 0 \Rightarrow 5x - 2 = 0$

$$5 \cdot x = 2$$

$$\boxed{x = \frac{2}{5}}$$

b) $f(x) = 0 \Rightarrow -2x = 0$

$$x = \frac{0}{-2}$$

$$\boxed{x = 0}$$

c) $f(x) = 0 \Rightarrow 4 + \frac{x}{2} = 0$

$$\frac{x}{2} = -4$$

$$x = (-4) \cdot 2$$

$$\boxed{x = -8}$$

d) $f(x) = 0 \Rightarrow -\frac{7x}{3^2} + \sqrt{5} = 0$

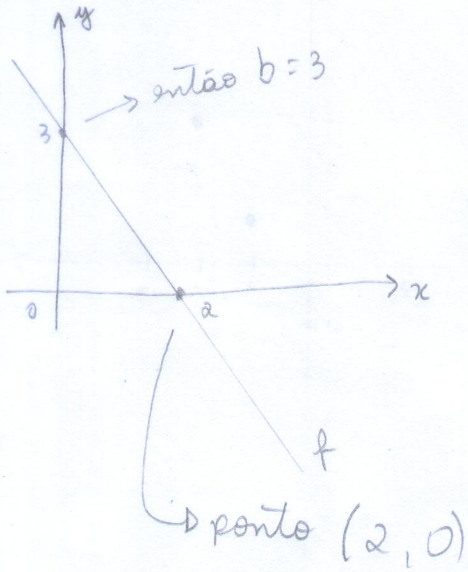
$$-\frac{7x}{9} = -\sqrt{5}$$

$$-7x = -9 \cdot \sqrt{5}$$

$$x = -\frac{9 \cdot \sqrt{5}}{-7}$$

$$\boxed{x = \frac{9\sqrt{5}}{7}}$$

(5) $f(x) = ax + b$



- Como a função f intersecta o eixo y no ponto $(0,3)$, então $b = 3$.
- Precisamos encontrar o valor de a.
- A função passa pelo ponto $(x,y) = (2,0)$.

Logo $y = ax + 3$

$0 = a \cdot 2 + 3$

$0 = 2a + 3$

$-2a = 3$

$a = \frac{3}{-2} \Rightarrow \boxed{a = -\frac{3}{2}}$

Logo $a = -\frac{3}{2}$ e $b = 3$. Vamos calcular $a+b$.

$$a + b = -\frac{3}{2} + 3 = -\frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{2}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{-3+6}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Portanto $\underline{a + b = 1,5}$

(6). O valor da viagem é um valor fixo b mais R\$ 1,40 por quilômetro rodado, isto é, $b + 1,40 \cdot x$, onde x é a quantidade de quilômetro rodado. Então o valor da viagem é $y = 1,40 \cdot x + b$.

- Um cliente pagou $y = 15,60$ em uma viagem, onde a quantidade de quilômetro rodado foi $x = 8$ km.

- Logo $15,60 = 1,40 \cdot 8 + b$

$15,60 = 11,20 + b$

$15,60 - 11,20 = b$

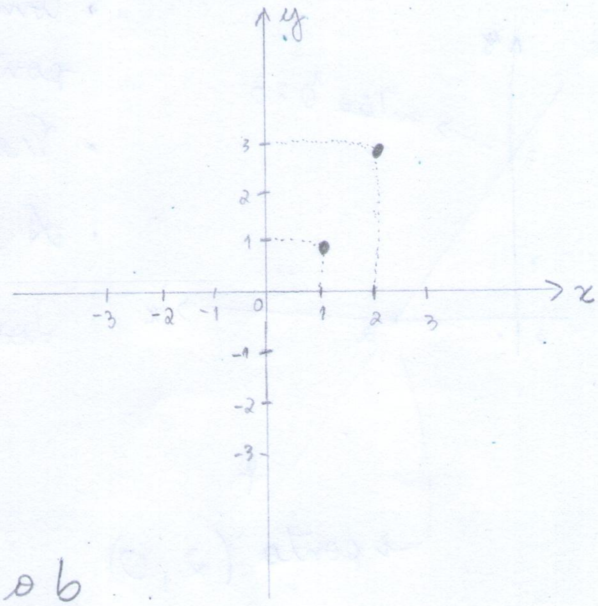
$4,40 = b$

Logo, o valor fixo é $b = 4,40$.

[4]

⑦ A função $y = ax + b$ passa pelos pontos $(2,3)$ e $(1,1)$

Vamos substituir cada ponto na equação da reta e encontrar <u>a</u> e <u>b</u>.



<u>Ponto $(2,3)$</u>: $3 = a \cdot 2 + b \Rightarrow 3 = 2a + b$

<u>Ponto $(1,1)$</u>: $1 = a \cdot 1 + b \Rightarrow 1 = a + b$

• Vamos isolar o b em uma equação e substituir na outra:

$1 = a + b \Rightarrow 1 - a = b$ → isolamos o b

• Vamos substituir o b na 1ª equação:

$3 = 2a + b$

$3 = 2a + (1 - a)$

$3 = 2a + 1 - a$

$3 - 1 = 2a - a$

$\underline{2 = a}$

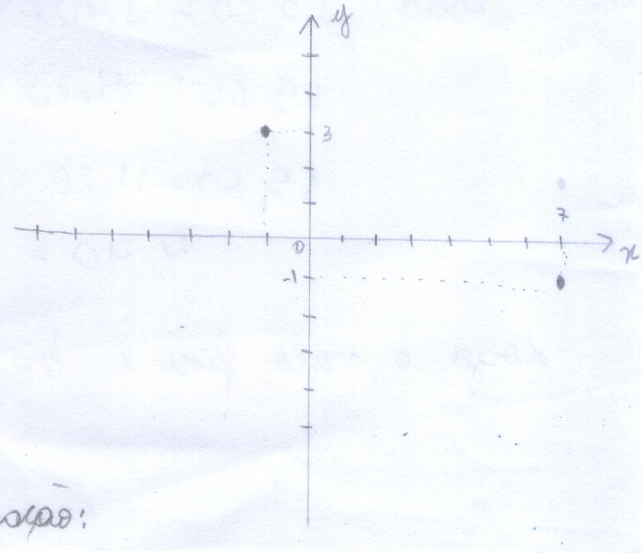
• Agora usamos a igualdade $b = 1 - a$ para encontrar o b.

$b = 1 - a = 1 - 2 = -1 \Rightarrow \underline{b = -1}$

Logo $a = 2$ e $b = -1$. E a equação da reta fica $\underline{y = 2x - 1}$.

⑧ A função $y = ax + b$ passa pelos pontos $(-1,3)$ e $(7,-1)$.

Vamos substituir cada ponto na equação da reta e encontrar a e b.



Ponto $(-1,3)$: $3 = a \cdot (-1) + b \Rightarrow 3 = -a + b$

Ponto $(7,-1)$: $-1 = a \cdot 7 + b \Rightarrow -1 = 7a + b$

• Vamos isolar o b em uma equação:

$3 = -a + b \Rightarrow 3 + a = b$

• Agora vamos substituir o b na 2ª equação:

$-1 = 7a + b$

$-1 = 7a + (3+a)$

$-1 = 7a + 3 + a$

$-1 - 3 = 7a + a$

$-4 = 8a$

$8a = -4$

$a = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{2}}$

• Agora usamos a igualdade $b = 3 + a$ para encontrar o b.

$b = 3 + a = 3 - \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{6}{2} - \frac{1}{2} = \frac{6-1}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{b = \frac{5}{2}}$

Logo a equação da reta fica $\boxed{y = \frac{-x}{2} + \frac{5}{2}}$

(9) Temos que a função $f(x) = (-3 + 2a) \cdot x + 2$ é crescente se o termo que multiplica o x for maior que zero, isto é:

$f(x) = \underbrace{(-3 + 2a)}_{>0} \cdot x + 2$ é crescente se $-3 + 2a > 0$

$2a > 3$

$\boxed{a > \frac{3}{2}}$

(10) Para esboçar o gráfico, precisamos de dois ponto em que a função passe. Para facilitar, vamos descobrir onde a função cruza os eixos x e y.

a) Vamos completar a tabela: onde $y = f(x)$

x	y
0	
	0

• Se $x = 0$ então $y = f(0) = 3 \cdot 0 + 1 = 1 \Rightarrow (0, 1)$

• Se $y = 0$ então $0 = f(x) = 3x + 1 \Rightarrow 3x + 1 = 0$

$3x = -1$

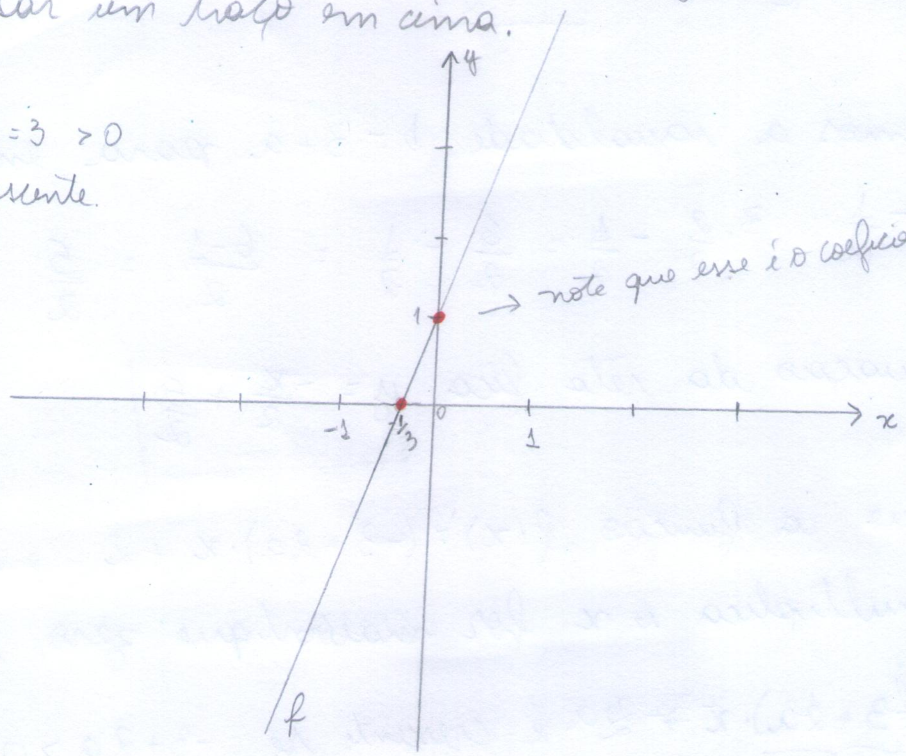
$x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

Logo a Tabela fica da forma

x	y
0	1
$-\frac{1}{3}$	0

Vamos então desenhar os pontos $(0,1)$ e $\left(-\frac{1}{3},0\right)$ no plano cartesiano, e em seguida vamos colocar a régua em cima desses dois pontos e passar um traço em cima.

note que, como $a = 3 > 0$ então a reta é crescente.



OBSERVAÇÃO: o ponto $\left(-\frac{1}{3},0\right)$ está desenhado de forma aproximado, porque é difícil desenhar exatamente no ponto $-\frac{1}{3}$. Por isso dizemos que é um esboço.

b) $f(x) = -3x + 2$

Vamos completar a Tabela

x	y
0	
	0

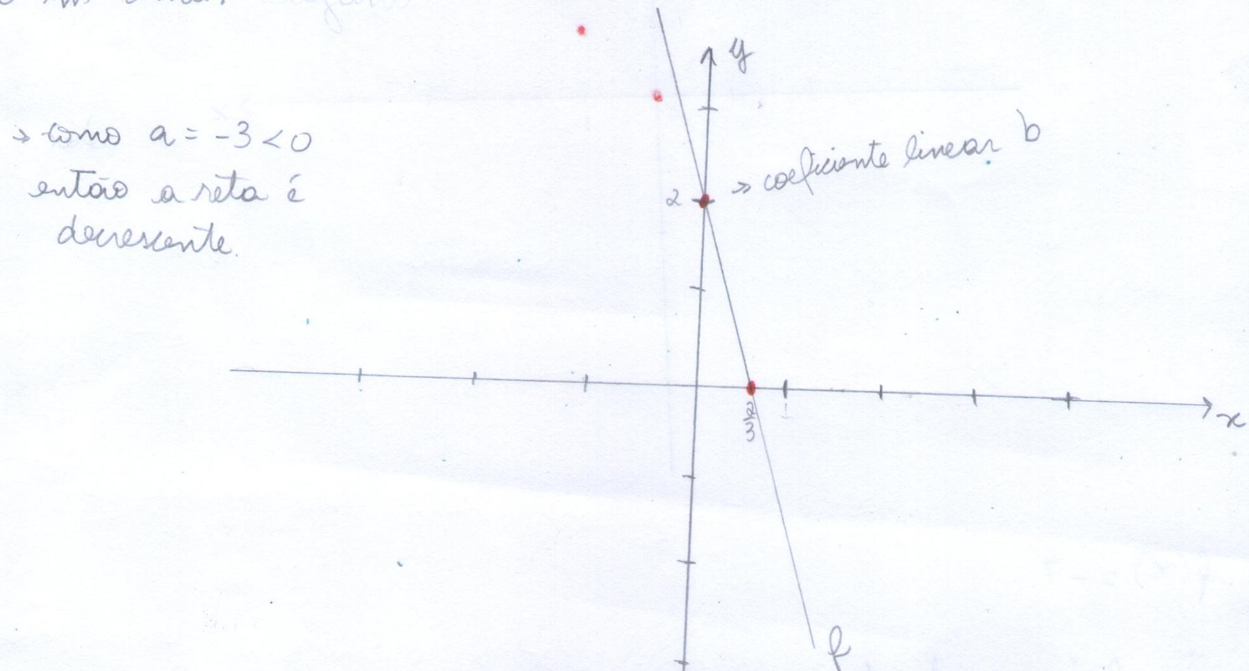
- Se $x = 0$ então $y = f(0) = -3 \cdot 0 + 2 = 2 \rightarrow (0,2)$
- Se $y = 0$ então $0 = y = f(x) = -3x + 2 \Rightarrow -3x + 2 = 0$

$$-3x = -2$$
$$x = \frac{-2}{-3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$
$$\hookrightarrow \left(\frac{2}{3}, 0\right)$$

Então a tabela fica da forma

x	y
0	2
$\frac{2}{3}$	0

Vamos desenhar então os pontos $(0,2)$ e $(\frac{2}{3},0)$ no plano cartesiano, e em seguido vamos colocar a régua em cima desses dois pontos e passar um traço em cima.



c) $f(x) = x$. Vamos completar a tabela

x	y
0	
	0

. Se $x = 0$ então $y = f(x) = f(0) = 0 \rightarrow (0,0)$

. Se $y = 0$ então $0 = y = f(x) = x \rightarrow x = 0 \rightarrow (0,0)$

Logo a tabela fica

x	y
0	0
0	0

Então conseguimos apenas um ponto (o ponto $(0,0)$). Mas para desenhar uma reta precisamos de dois pontos! Então vamos escolher outro valor para x. Por exemplo, $x = 1$, e vamos completar a tabela

x	y
0	0
1	

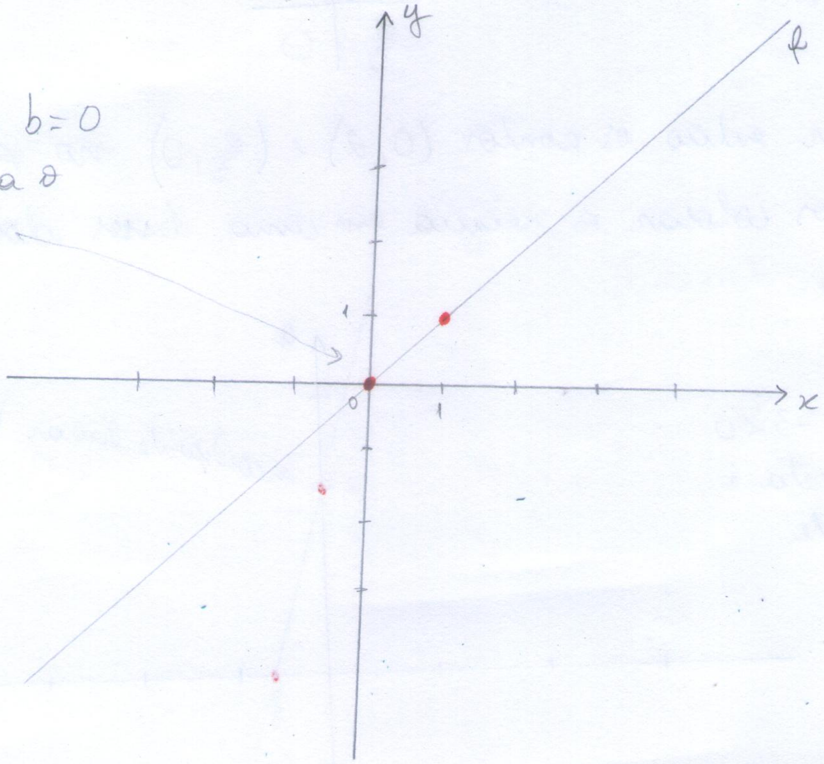
. Se $x = 1$ então $y = f(x) = f(1) = 1. \rightarrow (1,1)$.

Então a tabela fica da forma

x	y
0	0
1	1

Podemos assim desenhar os dois pontos e unir a reta.

→ note que, como $b = 0$ então f cruza o eixo y em 0,



d) $f(x) = -7$.

A função f é <u>constante</u> e assume apenas o valor -7. Nesse caso nem precisamos montar uma tabela.