

# Soluçãoário - lista de exercícios da aula 3 - operações

1

1) a)  $\frac{1}{2} + \frac{7}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{5} + \frac{7}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{5}{10} + \frac{14}{10} = \frac{5+14}{10} = \frac{19}{10}$

b)  $\frac{9}{3} - \frac{5}{2} = \frac{9}{3} \cdot \frac{2}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{3} = \frac{18}{6} - \frac{15}{6} = \frac{18-15}{6} = \frac{3}{6} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{2}$

c)  $\frac{4}{2} + \frac{6}{3} - \frac{10}{1}$ . Vamos fazer de dois jeitos diferentes (o resultado tem que ser o mesmo).

Jeito 1:  $\frac{4}{2} + \frac{6}{3} - \frac{10}{1} = \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{3} + \frac{6}{3} \cdot \frac{2}{2} - \frac{10}{1} = \frac{12}{6} + \frac{12}{6} - \frac{10}{1} = \frac{12+12}{6} - \frac{10}{1} =$   
 $= \frac{24}{6} - \frac{10}{1} = \frac{24}{6} - \frac{10}{1} \cdot \frac{6}{6} = \frac{24}{6} - \frac{60}{6} = \frac{24-60}{6} = \frac{-36}{6} = -6.$

Jeito 2:  $\frac{4}{2} + \frac{6}{3} - \frac{10}{1} = \frac{4}{2} + \frac{6}{3} - \frac{10}{1} \cdot \frac{3}{3} = \frac{4}{2} + \frac{6}{3} - \frac{30}{3} = \frac{4}{2} + \frac{6-30}{3} = \frac{4}{2} + \frac{6-30}{3} = \frac{4}{2} - \frac{24}{3}$   
 $= \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{3} - \frac{24}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{12}{6} - \frac{48}{6} = \frac{12-48}{6} = \frac{-36}{6} = -\frac{6 \cdot 6}{6} = -6.$

d) Como são 3 operações, há vários jeitos de fazer. Vou mostrar um jeito.

$$\begin{aligned} \frac{11}{7} + \frac{10}{3} - \frac{22}{14} + \frac{1}{2} &= \frac{11}{7} \cdot \frac{3}{3} + \frac{10}{3} \cdot \frac{7}{7} - \frac{22}{14} + \frac{1}{2} = \frac{33}{21} + \frac{70}{21} - \frac{22}{14} + \frac{1}{2} = \frac{33+70}{21} - \frac{22}{14} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{103}{21} - \frac{22}{14} + \frac{1}{2} = \frac{103}{21} - \frac{22}{14} \cdot \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{14} = \frac{103}{21} - \frac{44}{28} + \frac{14}{28} \\ &= \frac{103}{21} + \frac{(-44)+14}{28} = \frac{103}{21} - \frac{30}{28} = \frac{103 \cdot 28}{21 \cdot 28} - \frac{30 \cdot 21}{28 \cdot 21} = \\ &= \frac{2884}{588} - \frac{630}{588} = \frac{2884-630}{588} = \frac{2254}{588} = \frac{1127}{294} = \frac{1127 \cdot 2}{294 \cdot 2} = \frac{1127}{294} = \frac{161 \cdot 7}{42 \cdot 7} = \frac{161}{42} = \frac{23 \cdot 7}{6 \cdot 7} = \frac{23}{6} \end{aligned}$$

Vamos simplificar

2) a)  $\frac{11}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{11 \cdot 2}{7 \cdot 3} = \frac{22}{21}$

b)  $\frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{7}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 3} = \frac{35}{6}$

c)  $\frac{\frac{3^3}{2^2}}{\frac{5}{3}} \cdot \left( \frac{4}{3} - \frac{2}{6} \right) + \frac{\frac{5}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{27}{4} \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{6} - \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{3} \right) + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{27}{4} \cdot \left( \frac{4 \cdot 6}{3 \cdot 6} - \frac{2 \cdot 3}{6 \cdot 3} \right) + \frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 7}$   
 $= \frac{27}{4} \cdot \left( \frac{24}{18} - \frac{6}{18} \right) + \frac{5}{7} = \frac{27}{4} \cdot \left( \frac{24-6}{18} \right) + \frac{5}{7} = \frac{27}{4} \cdot \left( \frac{18}{18} \right) + \frac{5}{7}$   
 $= \frac{27}{4} \cdot (1) + \frac{5}{7} = \frac{27}{4} + \frac{5}{7} = \frac{27 \cdot 7}{4 \cdot 7} + \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{189}{28} + \frac{20}{28} = \frac{189+20}{28}$   
 $= \frac{209}{28}$

d)  $\frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{3}} + \frac{14}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4}}{\frac{5}{3}} + \frac{14}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2}}{\frac{5}{3}} + \frac{14}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{8} - \frac{6}{8}}{\frac{5}{3}} + \frac{14}{\frac{1}{3}}$   
 $= \frac{\frac{4-6}{8}}{\frac{5}{3}} + \frac{14}{\frac{1}{3}} = \frac{-\frac{2}{8}}{\frac{5}{3}} + \frac{14}{\frac{1}{3}} = -\frac{2}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{14}{\frac{1}{3}} = \frac{(-2) \cdot 3}{8 \cdot 5} + \frac{14}{\frac{1}{3}}$   
 $= -\frac{6}{40} + \frac{14}{3} = -\frac{3 \cdot 2}{20 \cdot 2} + \frac{14}{3} = -\frac{3}{20} + \frac{14}{3} = -\frac{3 \cdot 3}{20 \cdot 3} + \frac{14 \cdot 20}{3 \cdot 20} = \frac{(-3) \cdot 3}{20 \cdot 3} + \frac{14 \cdot 20}{3 \cdot 20}$   
 $= -\frac{9}{60} + \frac{280}{60} = -\frac{9+280}{60} = \frac{271}{60}$

e)  $\left( \frac{4}{3} - \frac{7}{2} \right) \cdot \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}} = \left( \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{2} - \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{3} \right) \cdot \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}} = \left( \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 3} \right) \cdot \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}} = \left( \frac{8}{6} - \frac{21}{6} \right) \cdot \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}}$   
 $= \left( \frac{8-21}{6} \right) \cdot \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}} = -\frac{13}{6} \cdot \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}} = -\frac{13}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{(-13) \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 7} =$   
 $= \frac{(-13) \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{-13}{5 \cdot 7} = -\frac{13}{35}$   
 $2 \cdot 3 = 6$

3) a) Vamos tentar reescrever as frações para conseguirm 'voltar' os números iguais em cima e em baixo. Para isso, vamos fazer a seguinte pergunta: consigo dividir 63 por 2? Consigo dividir 81 por 2? A resposta é não, porque  $63 \div 2 = 31,5$  que não é inteiro. e  $81 \div 2 = 40,5$  que não é inteiro. Ai vamos para o próximo número. Consigo dividir 63 por 3? Consigo dividir 81 por 3? A resposta é sim, porque  $63 \div 3 = 21$  e  $81 \div 3 = 27$ .

Assim, vamos reescrever a fração:

$$\frac{63}{81} = \frac{\cancel{21} \cdot 3}{\cancel{27} \cdot 3} = \frac{21}{27} \Rightarrow \frac{63}{81} = \frac{21}{27}$$

Agora fazemos novamente a pergunta: consigo dividir 21 por 3? Consigo dividir 27 por 3? A resposta é sim, porque  $21 \div 3 = 7$  e  $27 \div 3 = 9$ . Então vamos reescrever novamente:

$$\frac{63}{81} = \frac{21}{27} = \frac{\cancel{7} \cdot 3}{\cancel{9} \cdot 3} = \frac{7}{9} \Rightarrow \frac{63}{81} = \frac{7}{9}$$

Aí reafazemos a pergunta: consigo dividir 7 por 3? A resposta é não porque  $7 \div 3 = 3,5$ , que não é inteiro. Consigo dividir 9 por 3? A resposta é sim, porque  $9 \div 3 = 3$ . Mas para simplificar a fração precisamos conseguir dividir em cima e em baixo pelo mesmo número, e como não conseguimos dividir 7 por 3, então vamos para o próximo número.

Iremos perguntar se conseguimos dividir por 4, depois 5, depois 6 e depois 7, e a resposta é não. Como a fração é  $\frac{7}{9}$ , então paramos de perguntar no 7. E como não conseguimos dividir mais, significa que  $\frac{7}{9}$  é a fração simplificada ao máximo.

b) É o mesmo processo que foi explicado no item anterior. Vou colocar direto as contas:

$$\frac{-90}{120} = \frac{-45 \cdot 2}{60 \cdot 2} = -\frac{45}{60} = -\frac{\cancel{45} \cdot 3}{\cancel{60} \cdot 3} = -\frac{15}{20} = -\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = -\frac{3}{4}$$

→ colocamos o sinal negativo "para fora"

$$c) \frac{625}{-30} = -\frac{625}{30} = -\frac{125 \cdot 5}{6 \cdot 5} = -\frac{125}{6}$$

$$d) \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7}{2^5 \cdot 3^8 \cdot 8} = \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7}{5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^4} = \frac{3^3 \cdot 7}{3^2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 3} = 3 \cdot 7 = 21$$

$$625 = 5 \cdot 5, \quad 18 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \quad e \quad 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

4) Somamos os pesos do lado direito e igualamos com a soma dos pesos do lado esquerdo (pois a balança está em equilíbrio):

$$x + x + x + x + 5 = x + x + x + 5 + 5 + 5$$

$$4x + 5 = 3x + 15$$

$$4x - 3x = 15 - 5$$

$$x = 10$$

→ passamos os termos com  $x$  para um lado da equação e os números sem incógnitas para o outro

Logo o peso do bloco  $x$  é 10g.

5) A estratégia usual é agrupar de um lado da equação os termos com a incógnita  $x$  e do outro lado os números sem incógnitas.

a)  $5 - (\overbrace{4x+2}^{\text{distribuir o sinal}}) = 8 + \overbrace{2(x-3)}^{\text{distribuir o número 2}}$

$$\rightarrow 5 - 4x - 2 = 8 + 2 \cdot x + 2 \cdot (-3)$$

$$5 - 4x - 2 = 8 + 2x - 6$$

$$\underbrace{5-2}_{=3} - 4x = 2x + \underbrace{8-6}_{=2}$$

$$3 - 4x = 2x + 6$$

$$-4x - 2x = 6 - 3$$

$$-6x = 3$$

$$-\frac{6x}{6} = \frac{3}{6} \quad \rightarrow \text{é necessário multiplicar ambos os lados da equação por } \frac{1}{6}$$

$$-\frac{6x}{6} = \frac{3}{6}$$

$$-x = \frac{3}{6}$$

$$x = -\frac{3}{6} = \frac{-3}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{2}}$$

b)  $\frac{2x}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{8} = 0$  5

$\frac{2x}{3} = -\frac{4}{5} + \frac{7}{8}$  → incógnitas na esquerda e números na direita.

$$\frac{2x}{3} = -\frac{4}{5}, \frac{8}{8} + \frac{7}{8}, \frac{5}{5}$$

$$\frac{2x}{3} = -\frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 8} + \frac{7 \cdot 5}{8 \cdot 5}$$

$$\frac{2x}{3} = -\frac{32}{40} + \frac{35}{40}$$

$$\frac{2x}{3} = -\frac{32 + 35}{40}$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{3}{40}$$

$$\frac{2x}{3} : \frac{3}{2} = \frac{3}{40} : \frac{3}{2}$$

$$\frac{2 \cdot x \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 3}{40 \cdot 2}$$

$$x = \boxed{\frac{9}{80}}$$

Outra forma de fazer, a partir de  $\frac{2x}{3} = \frac{3}{40}$

$$\frac{2x}{3} = \frac{3}{40} \quad \rightarrow 3 \text{ para multiplicando e } 2 \text{ para dividindo}$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{3}{40}$$

$$x = \frac{3 \cdot 3}{40 \cdot 2} = \frac{9}{80}$$

c)  $\frac{3x+7x}{10} + \frac{3x+7x}{10} = -\frac{7x}{2} + \frac{120}{3}$  (d) 6

$$\cancel{3x+7x=10x} \rightarrow \frac{10x}{10} = -\frac{7x}{2} + \frac{40,3}{3} \quad \text{pois } 120 = 40 \cdot 3$$

$$x = -\frac{7x}{2} + 40$$

$$x + \frac{7x}{2} = 40 \rightarrow \text{incógnitas na esquerda e números na direita.}$$

$$x \cdot \frac{2}{2} + \frac{7x}{2} = 40$$

$$\frac{2x+7x}{2} = 40$$

$$\frac{2x+7x}{2} = 40 \rightarrow \text{passa o } 2 \text{ multiplicando.}$$

$$\text{pois } 2x+7x=9x \rightarrow 9x = 2 \cdot 40$$

$$9x = 80 \rightarrow \text{passa o } 9 \text{ dividindo.}$$

$$\boxed{x = \frac{80}{9}}$$

d)  $3^2 \cdot (x-5) + 7(3-x) = \frac{5-x}{\sqrt{4}} \rightarrow \text{mudar}$

$$9 \cdot (\cancel{x-5}) + 7 \cdot (\cancel{3-x}) = \frac{5-x}{2} \quad \text{pois } \sqrt{4} = 2$$

$$9x - 9 \cdot 5 + 7 \cdot 3 - 7x = \frac{5}{2} - \frac{x}{2}$$

$$9x - 45 + 21 - 7x = \frac{5}{2} - \frac{x}{2}$$

$$\underbrace{9x - 7x + \frac{x}{2}}_{=2x} + \frac{21-45}{2} = \frac{5}{2} + 24 \cdot \frac{2}{2} \rightarrow \text{incógnitas na esquerda e números na direita}$$

$$2x + \frac{x}{2} = \frac{5}{2} + 24$$

$$2x \cdot \frac{2}{2} + \frac{x}{2} = \frac{5}{2} + 24 \cdot \frac{2}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot x}{2} + \frac{x}{2} = \frac{5}{2} + \frac{24 \cdot 2}{2}$$

7

$$\frac{4 \cdot x}{2} + \frac{x}{2} = \frac{5}{2} + \frac{48}{2}$$

$$\frac{4x+x}{2} = \frac{5+48}{2}$$

$$\frac{5x}{2} = \frac{53}{2} \rightarrow \text{passo o } 2 \text{ multiplicando e o } 5 \text{ dividindo}$$

$$x = \frac{53 \cdot 2}{2 \cdot 5}$$

$$\boxed{x = \frac{53}{5}}$$

$$e) 2(\overbrace{2(x+3)}^{\rightarrow} + 9 - \sqrt{5}) = 7$$

$$2x + 2 \cdot 3 + 9 - \sqrt{5} = 7$$

$$2x + \underbrace{6 + 9}_{= 15} - \sqrt{5} = 7$$

$$2x + 15 - \sqrt{5} = 7$$

$$2x = \underbrace{7 - 15}_{= -8} + \sqrt{5}$$

→ ineguias para a esquerda e números para a direita

$$2x = -8 + \sqrt{5}$$

$$x = \frac{-8 + \sqrt{5}}{2} \rightarrow \text{passo o } 2 \text{ dividindo}$$

$$x = \frac{-8}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x = -\frac{4 \cdot 2}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\boxed{x = -4 + \frac{\sqrt{5}}{2}}$$

→ o gabarito dessa questão estava errado.  
A resposta correta é  $x = -4 + \frac{\sqrt{5}}{2}$

6

Vamos definir  $x_A$  = idade de André

$x_C$  = idade de Carlos.

"A soma das idades de André e Carlos é 22 anos" então  $x_A + x_C = 22$ .

"André é 4 anos mais novo do que Carlos" então  $x_A = x_C - 4$  pois o André tem 4 anos a menos do que o Carlos, ou seja,  $x_A < x_C$

Então temos:  $\begin{cases} x_A + x_C = 22 \\ x_A = x_C - 4 \end{cases}$ . Vamos substituir

$x_A = x_C - 4$  na equação  $x_A + x_C = 22$

$$\begin{array}{l} x_A + x_C = 22 \\ \uparrow \\ x_A = x_C - 4 \end{array} \Rightarrow (x_C - 4) + x_C = 22$$

$$\Rightarrow x_C - 4 + x_C = 22$$

$$\Rightarrow x_C + x_C = 22 + 4$$

$$\Rightarrow 2x_C = 26$$

$$\Rightarrow x_C = \frac{26}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_C = 13}$$

Então Carlos tem 13 anos.

Como  $x_A = x_C - 4$  e já descobrimos que  $x_C = 13$ , então:

$$x_A = x_C - 4$$

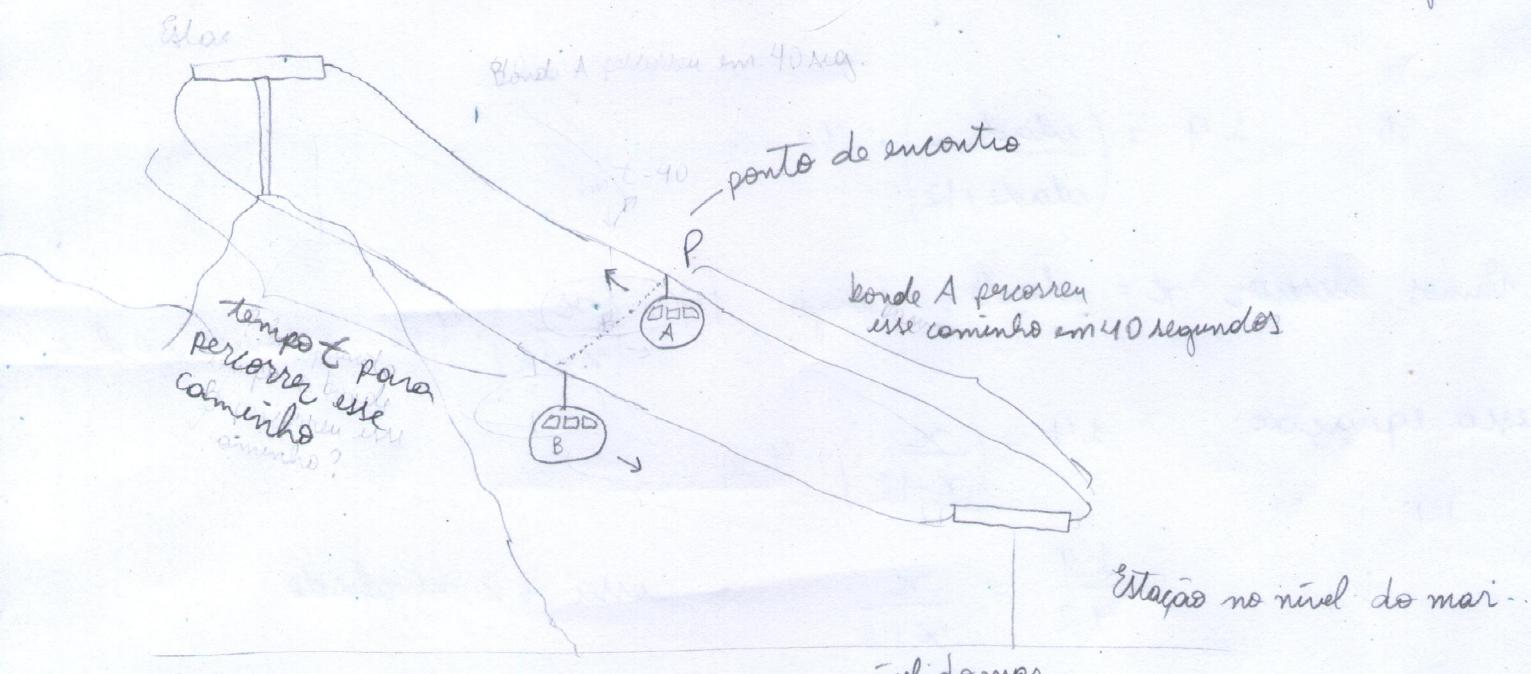
$$x_A = 13 - 4$$

$$\boxed{x_A = 9}$$

Logo André tem 9 anos.

7) A dificuldade desse exercício está em interpretar a situação. Olhe o esquema abaixo que tenta ilustrar o problema. Primeiro note que o percurso total demora 1,5 minutos, isto é, 1 minuto e meio, que equivale a 90 segundos ( $1\text{ minuto} = 60\text{ segundos}$ ,  $\text{meio minuto} = \frac{1}{2} \cdot 60\text{ segundos}$ , isto é, 30 segundos, logo 1 minuto e meio são  $60+30=90\text{ segundos}$ ).

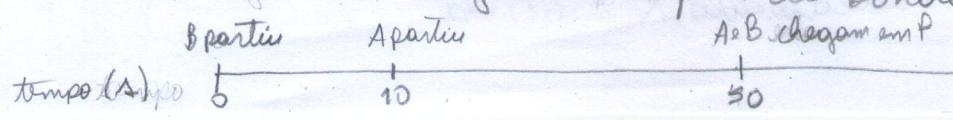
Quando os bondes se encontram, no ponto de encontro P, temos que o bonde A levou 40 segundos para sair do nível do mar e chegar em P.



E como o bonde B está desendo <sup>para o nível do mar</sup> (os bondes estão na mesma velocidade) então o bonde B irá demorar 40 segundos para chegar no nível do mar (que é o tempo que A levou para percorrer o mesmo caminho). Se chamarmos de  $t$  o tempo em que o bonde B levou para percorrer do topo da montanha até o ponto P, temos que  $t + 40$  é o tempo total do percurso. E já sabemos que o tempo total da travessia é 1,5 minutos, isto é, 90 segundos. Logo  $t + 40 = 90$

$$\begin{aligned}\Rightarrow t &= 90 - 40 \\ \Rightarrow t &= 50\end{aligned}$$

Logo, B demorou 50 segundos do topo da montanha até o ponto P. Como o bonde A demorou 40 segundos até chegar no ponto P, então o bonde B partiu 10 segundos depois do bonde A.



8 As informações que a enfermeira possui são:

dose de criança do medicamento Y = 14 mg

dose de adulto do medicamento Y = 42 mg

Logo:

$$\text{dose de criança med. } Y = \left( \frac{\text{idade}}{\text{idade} + 12} \right) \cdot \text{dose de adulto med. } Y$$

$$\Rightarrow 14 = \left( \frac{\text{idade}}{\text{idade} + 12} \right) \cdot 42 \text{ mg}$$

Vamos escrever  $x = \text{idade}$ , logo  $14 = \left( \frac{x}{x+12} \right) \cdot 42$ . e vamos resolver essa equação.

$$14 = \left( \frac{x}{x+12} \right) \cdot 42$$

$$\frac{14}{42} = \frac{x}{x+12} \rightarrow \text{possei } 42 \text{ dividindo}$$

$$\frac{14}{42} = \frac{7 \cdot 2}{21 \cdot 2} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{x}{x+12} = \frac{x}{x+12} \quad \begin{array}{l} \text{(simplifiquei a fração } \frac{14}{42} \text{ para } \frac{1}{3}) \\ \text{(simplifiquei a fração } \frac{7 \cdot 2}{21 \cdot 2} \text{ para } \frac{1}{3}) \end{array}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{(x+12) \cdot 1}{x+12} \rightarrow \text{possei } x+12 \text{ multiplicando} \\ \text{e } 3 \text{ multiplicando}$$

$$1x + 12 = 3x$$

$$x - 3x = -12$$

$$-2x = -12$$

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2}$$

$$\boxed{x = 6}$$

$\rightarrow$  incógnitas na esquerda e números na direita

Logo a crianças tem 6 anos. Para descobrir a dose de criança do medicamento X, para usar a fórmula normalmente, sabendo que dose de adulto do medicamento X = 60 mg.

dose de criança med. X =  $\left( \frac{\text{idade}}{\text{idade} + 12} \right) \cdot \text{dose adulto med. X}$

$$= \left( \frac{6}{6+12} \right) \cdot 60$$

$$= \frac{6}{18} \cdot 60$$

pois  $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2$

e  $60 = 2 \cdot 3 \cdot 10$

$$= \frac{6}{3 \cdot 6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10$$

$$= 2 \cdot 10 = 20$$

Logo a dose de criança med. X é 20 mg.