

Matemática ♡

Aula de Operações (24/04)



Um pouco sobre frações

Frações representam uma divisão

Alguns exemplos de frações são: $\frac{3}{2}$, $\frac{10}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{x}{y}$, $\frac{x+y}{zw}$.

Lembre-se que frações são representações de números!

$$\frac{10}{2} = 5$$

$$\frac{3}{2} = 1,5$$

$$\frac{1}{3} = 0,3333333\dots$$

$$\frac{5}{7} = 0,7142857\dots$$

$$\frac{7}{7} = 1, \text{ e no geral vale que } \frac{a}{a} = 1$$

Um pouco sobre frações

Mas e as frações $\frac{x}{y}$, $\frac{x+y}{zw}$, representam que número? Depende!!!

$$\text{Se } x = 3 \text{ e } y = 2 \text{ então } \frac{x}{y} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\text{Se } x = 5 \text{ e } y = 7 \text{ então } \frac{x}{y} = \frac{5}{7} = 0,7142857\dots$$

$$\text{Se } x = 11, y = 9, z = 4 \text{ e } w = 1 \text{ então } \frac{x+y}{zw} = \frac{11+9}{4 \cdot 1} = \frac{20}{4} = 5$$

Multiplicando frações

Regra

A regra é: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Exemplos

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 6} = \frac{15}{12}$$

$$\frac{7}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 2}{10 \cdot 3} = \frac{14}{30}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

Simplificando frações

Algumas frações podem ser simplificadas.

Exemplos

Note que $\frac{20}{10} = 2$, e $\frac{2}{1} = 2$. As duas frações representam o mesmo número, logo, são frações iguais!

Note que $\frac{20}{10} = \frac{2 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{2}{1} \cdot \frac{10}{10} = \frac{2}{1} \cdot 1 = \frac{2}{1}$.

Simplificando frações

Alguns exemplos

Simplifique as seguintes frações:

$$\diamond \frac{12}{16} = \frac{6 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{8} \cdot 1 = \frac{6}{8} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{2} = \frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}$$

$$\diamond \frac{150}{250} = \frac{75 \cdot 2}{125 \cdot 2} = \frac{75}{125} \cdot \frac{2}{2} = \frac{75}{125} = \frac{15 \cdot 5}{25 \cdot 5} = \frac{15}{25} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

Somando frações

Regra

A regra é: $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

Repare que o denominador (o número que fica em baixo nas frações) é igual!

Mas então como somamos $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$?

Vamos ter que arrumar estas frações para que elas se encaixem na regra!

Para isso, lembre-se que $\frac{a}{a} = 1$ e $a \cdot 1 = a$.

Exemplo

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{3}{5} \cdot 1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{3} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} \stackrel{\text{regra}}{=} \frac{10+9}{15} = \frac{19}{15}$$

Somando frações

Regra geral

A regra geral é: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} + \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{ad+cb}{bd}$.

ATENÇÃO: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \neq \frac{a+c}{b+d}$.

Exemplo

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{5} + \frac{7}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{15}{20} + \frac{28}{20} = \frac{15+28}{20} = \frac{43}{20}$$

Dividindo frações

Dividir é multiplicar pelo inverso.

Regra de divisão de frações

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Exemplos

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3^2}{4 \cdot 2} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{4} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Dividindo frações

Uma divisão é um caso particular da multiplicação! Dividir é multiplicar pelo inverso.

'Regra' de divisão de frações

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Outros casos especiais

$$\frac{\frac{5}{1}}{2} = \frac{\frac{5}{1}}{\frac{2}{1}} = \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 1}{1 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{7}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{7}{1}}{\frac{3}{4}} = \frac{7}{1} \cdot \frac{4}{3} = \frac{7 \cdot 4}{1 \cdot 3} = \frac{28}{3}$$

Exemplos usando tudo o que aprendemos até agora

Duas maneiras de desenvolver a mesma conta.

Exemplo

$$\begin{aligned}\frac{7}{6} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3} \right) &= \frac{7}{6} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{3} + \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{2} \right) \\ &= \frac{7}{6} \cdot \left(\frac{9}{6} + \frac{10}{6} \right) \\ &= \frac{7}{6} \cdot \left(\frac{9+10}{6} \right) \\ &= \frac{7}{6} \cdot \frac{19}{6} \\ &= \frac{7 \cdot 19}{6^2} \\ &= \frac{133}{36}\end{aligned}$$

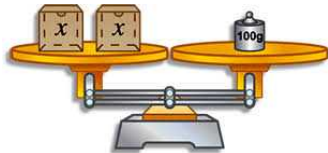
Exemplos usando tudo o que aprendemos até agora

O mesmo exemplo, resolvido de outra maneira

$$\begin{aligned}\frac{7}{6} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3}\right) &= \left(\frac{7}{6} \cdot \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{7}{6} \cdot \frac{5}{3}\right) \\ &= \frac{7 \cdot 3}{6 \cdot 2} + \frac{7 \cdot 5}{6 \cdot 3} \\ &= \frac{21}{12} + \frac{35}{18} \\ &= \frac{21 \cdot 18}{12 \cdot 18} + \frac{35 \cdot 12}{18 \cdot 12} \\ &= \frac{378 + 420}{18 \cdot 12} \\ &= \frac{798}{216} \\ &= \frac{2 \cdot 3 \cdot 133}{2 \cdot 3 \cdot 36} = \frac{133}{36}\end{aligned}$$

Exemplo 1 - resolvendo equações

Exemplo 1



O objetivo é descobrir qual o valor de x

$$x + x = 100$$

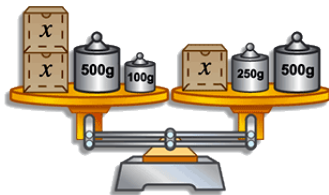
$$2x = 100$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot 100$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{100}{2}$$

$$x = 50$$

Exemplo 2 - resolvendo equações



O objetivo é descobrir qual o valor de x

$$x + x + 500 + 100 = x + 250 + 500$$

$$2x + 600 = x + 750$$

$$2x + 600 - x = x + 750 - x$$

$$x + 600 = 750$$

$$x + 600 - 600 = 750 - 600$$

$$x = 150.$$

Exemplo 3 - resolvendo equações (regras práticas)



Solução

$$m + m + m + m + m + m + 10 = m + m + m + m + 50$$

$$6m + 10 = 4m + 50$$

$$6m - 4m = 50 - 10$$

$$2m = 40$$

$$m = \frac{40}{2}$$

$$m = 20$$

Exemplo 4 - resolvendo equações

Exemplo

Alice foi na feira com x reais. Ela gastou um terço do dinheiro com bananas, metade do dinheiro com laranjas e sobrou-lhe 7 reais. Com quantos reais Alice foi na feira?

Solução:

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + 7 &= x \\ \frac{2}{2 \cdot 3}x + \frac{3}{2 \cdot 3}x + 7 &= x \\ \frac{2x + 3x}{6} + 7 &= x \\ \frac{5x}{6} + 7 &= x \\ \frac{5x}{6} - x + 7 &= 0 \\ \frac{5x}{6} - x &= -7\end{aligned}$$

Resolvendo equações

Continuação

$$\frac{5x}{6} - x = -7$$

$$\frac{5x}{6} - \frac{6x}{6} = -7$$

$$\frac{5x - 6x}{6} = -7$$

$$\frac{-x}{6} = -7$$

$$-x = -7 \cdot 6$$

$$-x = -42$$

$$x = 42$$