



# MATEMÁTICA

## 7 – Probabilidade

19.06.2021

# Probabilidade

# Probabilidade

Acaso ou evento aleatório: acontecimento que não podemos determinar com certeza seu resultado.

Exemplos clássicos: jogos de cartas, lançamentos de moedas, lançamento de dados.

“O acaso é apenas a medida de nossa ignorância.”

O desenvolvimento histórico da probabilidade está muito ligado às apostas e aos jogos de azar.



# Probabilidade

Além disso, possui aplicações em diversas áreas do conhecimento:

Biologia.

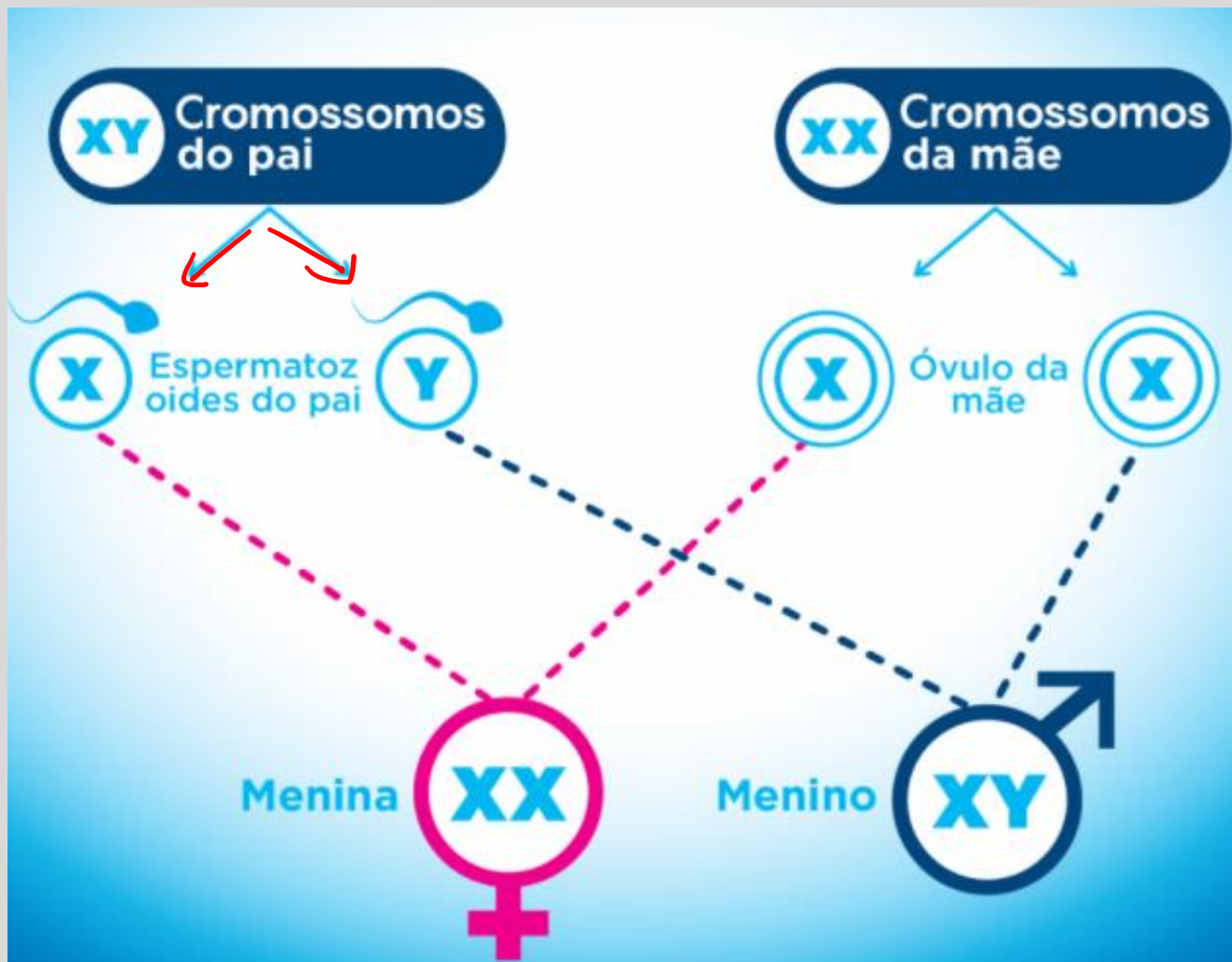
Física: Mecânica Quântica.

Meteorologia.

Engenharias.

Estatística.

Entre outras áreas.



As probabilidades também aparecem com frequência na mídia.

A eficácia global, portanto, é o potencial em reduzir o risco de alguém desenvolver a Covid-19. Esse é o dado que a Anvisa irá considerar na hora da aprovação. Lembrando que, **como dissemos nesta outra reportagem**, a porcentagem mínima exigida é de 50%.

Segundo a coletiva de imprensa do dia 12 de janeiro, a **Coronavac** possui 50,4% de eficácia global. Atenção: isso não significa que metade dos vacinados vai pegar a doença e metade, não. Na verdade, o imunizante **diminui em 50,4% a probabilidade** de apresentar Covid-19. Exemplo: se dez pessoas de um grupo ficam doentes, com a vacina o número cairia para cinco.

Fonte: <https://saude.abril.com.br/medicina/covid-19-o-que-e-a-eficacia-global-de-uma-vacina-e-quais-os-outros-tipos/>

## Eficácia global X eficácia em casos leves, moderados e graves

Como dissemos, a primeira é a capacidade de evitar a Covid-19. Já a eficácia para casos leves é o potencial de impedir sintomas que exigem assistência médica. **E a para casos moderados e graves é o de afastar complicações da enfermidade que exijam hospitalização e UTI.**

A Coronavac apresentou eficácia para casos leves de 78% e, para moderados e graves, de 100% (embora, nesse último cenário, o número de voluntários tenha sido muito pequeno para garantir uma confiabilidade estatística).



# Probabilidade

Espaço amostral: todas as possibilidades de resultado de um evento aleatório.

Evento: é uma parte do espaço amostral (geralmente aquela a qual estamos estudando).

Exemplo: Lançamento de um dado

Espaço amostral:  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



Exemplo de um evento: Tirar 6 no dado.

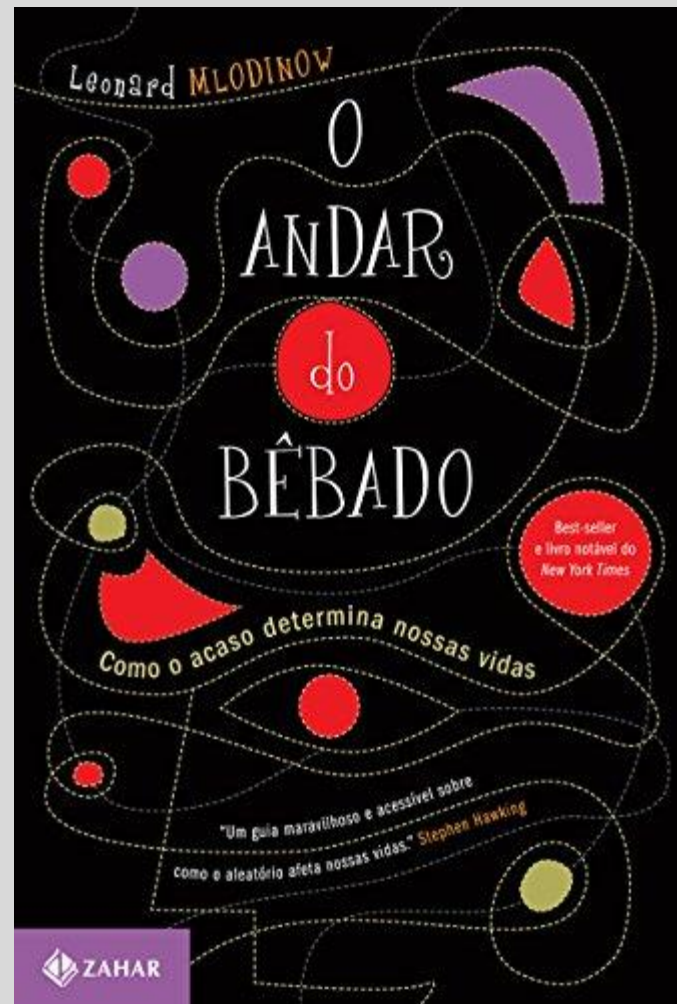
O evento representa uma (1) possibilidade de todos os casos possíveis.

Nesse caso, a probabilidade será:

$$\frac{1}{6} \text{ ou } 1/6$$

Sugestão de leitura:  
O Andar do Bêbado - Como  
o Acaso Determina Nossas  
Vidas

Livro por Leonard Mlodinow



# Probabilidade - Exemplo

Duas crianças vão brincar com um dado. Ana vence se sair um número par e Cecília vence se sair um número ímpar.

a) Quais números podem ser sorteados?

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b) Quais são as possibilidades para Ana vencer?  
Quantas são essas possibilidades?

Possibilidades de Ana vencer:  $\{2, 4, 6\}$

São 3 possibilidades.



# Probabilidade

*Probabilidade de ocorrer um evento  $A = \frac{\text{número de casos que nos interessam}}{\text{número total de casos possíveis}}$*

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

$P(A)$ : probabilidade da ocorrência de um evento  $A$

$n(A)$ : número de casos que nos interessam (evento  $A$ )

$n(\Omega)$ : número total de casos possíveis

# Probabilidade - Exemplo

Duas crianças vão brincar com um dado. Ana vence se sair um número par e Cecília vence se sair um número ímpar.

TOTAL = 6

Qual a probabilidade de Ana vencer? Ana vence = 3

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \text{ou} \quad 50\%$$

(ENEM) O diretor de um colégio leu numa revista que os pés das mulheres estavam aumentando. Há alguns anos, a média do tamanho dos calçados das mulheres era de 35,5 e, hoje, é de 37,0. Embora não fosse uma informação científica, ele ficou curioso e fez uma pesquisa com as funcionárias do seu colégio, obtendo o quadro a seguir:

TAMANHO DOS CALÇADOS	NÚMERO DE FUNCIONÁRIAS
39,0	1
38,0	10
37,0	3
36,0	5
35,0	5

Escolhendo uma funcionária ao acaso e sabendo que ela tem calçado maior que 36,0, a probabilidade de ela calçar 38,0 é:

- A)  $1/3$  B)  $1/5$  C)  $2/5$   D)  $5/7$  E)  $5/14$

Ele sabe que a funcionário calça mais do que 36, então o total de possibilidade são as funcionárias que calçam 37, 38 ou 39.  
 $3 + 10 + 1 = 14$  possibilidades.

Funcionárias que calçam 38: 10

Probabilidade:  $\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$

# Probabilidade

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

A probabilidade pode ser escrita como número decimal, fração ou porcentagem.

A probabilidade sempre é um número entre 0 e 1, ou entre 0 e 100%.

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ ou}$$

$$0 \leq P(A) \leq 100\%$$

(ENEM) Uma locadora possui disponíveis 120 veículos da categoria que um cliente pretende locar. Desses, 20% são da cor branca, 40% são da cor cinza, 16 veículos são da cor vermelha e o restante, de outras cores. O cliente não gosta da cor vermelha e ficaria contente com qualquer outra cor, mas o sistema de controle disponibiliza os veículos sem levar em conta a escolha da cor pelo cliente. Disponibilizando aleatoriamente, qual é a probabilidade de o cliente ficar contente com a cor do veículo?

- A)  $16/120$       B)  $32/120$       C)  $72/120$       D)  $101/120$        E)  $104/120$

O cliente ficará feliz se o veículo **NÃO** for vermelho.

São 120 veículos no total, e 16 veículos são vermelhos.

Então são  $120 - 16 = 104$  possibilidades de veículos pro cliente ficar feliz.

A probabilidade do cliente ficar feliz será de:  $\frac{104}{120}$



# Probabilidade - Exemplo

Quantas são as possibilidades quando lançamos dois dados?

Dossibilidades  
de dado branco


1

$$6 \times 6 = 36$$



Possibilidades

dado  
vermelho

# Probabilidade - Exemplo

		dado branco					
		1	2	3	4	5	6
dado vermelho	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Qual a probabilidade do dado branco ser 1 e do dado vermelho também ser 1?

$$\frac{1}{36}$$

Qual a probabilidade dos dois dados serem um número par?

$$\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{36}$$

vermelho ←  $\frac{3}{6}$  → branco

# Probabilidade - Exemplo

		dado branco					
		1	2	3	4	5	6
dado vermelho	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Qual a probabilidade da soma dos dois dados ser 1?

$$\frac{0}{36} = 0$$

Qual a probabilidade da soma dos dois dados ser 2?

$$\frac{1}{36}$$

Qual a probabilidade de soma dos dois dados ser 7?

$$\frac{6}{36}$$

Vitor colocou essas bolas coloridas em uma caixa (5 amarelas, 3 azuis e 2 vermelhas) e pediu para o seu colega que fechasse os olhos e retirasse uma bola.

a) Qual a probabilidade de a bola retirada ser vermelha?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Temos 10 bolas no total} \\ 2 \text{ são vermelhas} \end{array} \right\} \frac{2}{10} \text{ ou } \frac{1}{5} \text{ ou } 20\%$$

b) Se o amigo retirar duas bolas em sequência, qual a probabilidade de as duas bolas serem azuis?

$$\begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ bola} \\ \frac{3}{10} \end{array} \times \begin{array}{l} 2^{\circ} \text{ bola} \\ \frac{2}{9} \end{array} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

Na segunda retirada, consideramos que a 1ª bola azul já foi retirada.

Vitor colocou essas bolas coloridas em uma caixa (5 amarelas, 3 azul e 2 vermelhas) e pediu para o seu colega que fechasse os olhos e retirasse uma bola.

c) Se o amigo retirar duas bolas em sequência, qual a probabilidade de a primeira bola ser azul e a segunda amarela?

$$\frac{3}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

*(Handwritten red annotations: a red "35" above the 15 in the numerator and a red "35" below the 90 in the denominator)*

d) Se o amigo retirar duas bolas em sequência, qual a probabilidade de uma bola ser azul e a outra amarela?

Vitor colocou essas bolas coloridas em uma caixa (5 amarelas, 3 azul e 2 vermelhas) e pediu para o seu colega que fechasse os olhos e retirasse uma bola.

c) Se o amigo retirar duas bolas em sequência, qual a probabilidade de a primeira bola ser azul e a segunda amarela?

$$\frac{3}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$



d) Se o amigo retirar duas bolas em sequência, qual a probabilidade de uma bola ser azul e a outra amarela?

1° Caso

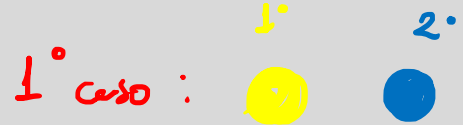
$$\frac{5}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{15}{90}$$

2° Caso

$$\frac{3}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{90}$$



$$\frac{15}{90} + \frac{15}{90} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$



(ENEM) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

- A)  $1/100$     B)  $19/100$     C)  $20/100$     D)  $21/100$     E)  $80/100$