Economia e desigualdade

Fala galerinha, suavidade? Podcast essa semana tratou sobre economia e desigualdade, e um dos assuntos tratados foi o das despesas com juros e dívida pública. Vamos entender aqui qual a ideia do juros, que se relaciona tanto com a economia dos países, quanto com assuntos do dia a dia, como por exemplo quando você quer comprar um celular novo mas tá sem grana pra comprar à vista e tem que parcelar em muitas vezes, ou então quando acabamos atrasando um boleto que venceu, ou quando precisamos de um empréstimo.

Os juros funcionam de acordo com uma lógica de “tempo é dinheiro”, e existem, entre outras razões, de acordo com uma perspectiva de que vale mais a pena ter mais dinheiro ou um produto agora, do que ter esse mesmo dinheiro ou produto depois. Então, de acordo esse argumento liberal, teoricamente quem empresta dinheiro agora está abrindo mão de uma vantagem imediata e deve receber mais no futuro.

Vamos supor que você viu um celular numa loja que tá custando 800 reais à vista, ou custando 12 parcelas de 70 reais, ou seja, durante um ano você vai pagar 70 reais todo mês pelo celular, pagando no total $12 \cdot 70 = 840$ reais; 40 reais a mais do que o preço a vista. Esses 40 reais a mais é aquilo que chamamos de **juro**.

Existem alguns tipos diferentes de juros, vamos falar aqui de dois, que são os **juros simples** e os **juros compostos**.

Como vimos no exemplo, o juro é algo que varia em função do tempo decorrido. Se o pagamento fosse na hora, a vista, não haveria juro, mas como o pagamento só terminou depois de 12 meses, o valor pago foi maior. O acréscimo de valor conforme o passar do tempo está relacionado com algo chamado **taxa de juros**. As taxas de juros são porcentagens que são cobradas em períodos de tempo determinados; existem taxas mensais, anuais, diárias etc. E variam de acordo com o tipo de juros, se é juros simples ou composto. Vejamos como funcionam essas taxas a seguir.

Juros simples

Vamos supor que tu tá precisando de R$ 1.000 pra fazer um corre, mas tá sem dinheiro então vai pegar um empréstimo com o banco. O banco propõe o empréstimo a **juros simples** com uma **taxa** de **1% a.m.** (ao mês), a ser pago em **10 meses**.

Pra saber quanto você vai ter que pagar em cada mês, primeiro vemos quanto você pagaria se não houvessem juros. R$ 1.000 para 10 meses, basta dividir R$ 1.000 por 10.

R$ 1000/10 = R$ 100

Então seriam R$ 100 para o mês, mas há também o juro. Pra calculá-lo temos que aplicar a taxa de juros ao valor que você pegou emprestado, ou seja, 1% de 1.000.

1% de R$ 1.000 = R$ 10

Então, por mês, você teria que pagar os R$ 100 do valor que pegou emprestado, mais os R$ 10 de juros, tendo que pagar então R$ 110 por mês.

Ao final de tudo, você teria pagado R$ 110, 10 vezes, ou seja, 10 · 110 = 1.100 reais, sendo que desses R$ 1.100, R$ 100 foram de juros.

Mas aí vocês perguntam? E aquelas fórmulas que aparecem quando se eu olho num livro ou pesquiso na internet, de onde vem? Vamos ver. Primeiro, vamos dar os seguintes nomes:

- **taxa de juros** é **i**
- o **tempo** pro pagamento é **t**
- o **capital inicial** (não é a banda, o capital inicial é o valor que pegamos emprestado no começo, o **valor inicial**) é **C**
- o **juros** de **J**, a fórmula é a seguinte:

$$\mathbf{J = C \cdot i \cdot t}$$

Traduzindo: o juros é o valor inicial, vezes a taxa de juros (a porcentagem que o banco fala que vai ser) vezes o tempo que você leva pagando.

Se a gente aplicar isso no exemplo anterior, fica assim:

- Taxa de juros: i = 1% = 0,01.
- Tempo: t = 10 meses.
- Capital inicial: C = R$ 1.000
- Juros: J = ?

$$J = 1000 \cdot 0{,}01 \cdot 10$$
$$J = R\$\ 100$$

Exatamente os juros totais.
Já pra saber o valor total a ser pago, só somar o valor inicial (capital inicial) ao juros.

$$1.000 + 100 = 1.100$$

Esse valor total também é chamado de **montante**.

Ou seja, Montante = Capital + Juros (M = C + J)

Nos juros simples, todo período de pagamento (mês, ano etc.), o valor do juro é o mesmo. Isso vai ser diferente nos juros compostos, como veremos a seguir.

Juros compostos

Um exemplo em que podemos ver esse tipo de juros são os investimentos bancários. Ao contrário dos juros simples, que a taxa de juros é em relação ao valor inicial do capital, nos juros compostos a taxa de juros é sempre em relação ao valor da parcela anterior.

Complicou? Vamos ver um exemplo:

Um tipo de investimento bancário promete uma **taxa de juros compostos** de **10% a.a.** (ao ano). Sabendo disso, um professor do Carol, que é muito rico (brincadeira, todos são muito pobres), resolveu colocar parte da sua fortuna nesse investimento. Ele colocou cerca de R$ 1.000 e deixou aplicado esse valor por um período de **36 meses**. Qual foi o total de dinheiro que esse professor retirou no final dos 36 meses?

Vamo lá!

Beleza! Primeiro, uma coisa importante a se perceber é o período que a taxa de juros está sendo aplicada e em que unidade de tempo foi contado o período de aplicação. Porque se a taxa de juros está sendo aplicada ao ano, não faz sentido nós contarmos o tempo em meses, né? Então se eram 36 meses, passando pra anos, temos 3 anos.

No primeiro ano, o juro relacionado ao seu investimento seria, assim como no juros simples, a multiplicação do valor investido pela taxa de juros, ou seja

10% de R$ 1.000 = R$ 100

Com o rendimento de R$ 100 nesse ano, o professor passa a ter agora R$ 1.100, os R$ 1.000 que ele investiu, mais os R$ 100 de juros.

Agora no próximo ano, diferentemente do juros simples, o valor não vai ser calculado em cima do valor inicial, mas em cima do valor que você tem agora, somados os juros anteriores. Ou seja, a taxa de 10% vai ser aplicada aos 1.100, não aos 1.000. Ou seja, no segundo ano o juros vai ser de:

10% de 1.100 = R$ 110.

Então o professor, no segundo ano, vai ter R$ 1.100 + R$ 110 = R$ 1.210.

No terceiro ano a mesma coisa, os 10% vão ser calculados em cima da quantidade do ano anterior, ou seja o 1.210.

10% de R$ 1.210 = R$ 121.

Portanto, no final dos 36 meses, o montante do professor do carol , que é a soma do capital inicial e dos juros por todo o período, vai ser de R$ 1.210 + R$ 121 = R$ 1.331.

Vamos ver qual a ideia das fórmulas dos juros compostos e tudo mais.

Rendimento no primeiro ano:

$$\text{Montante anterior} + (\text{Montante anterior} \cdot \text{taxa de juros}) = \text{Montante atual}$$

Como o montante anterior é igual ao nosso capital investido, então :

$$R\$\ 1000{,}00 + (R\$\ 1000{,}00 \cdot 10\%) = R\$\ 1100{,}00$$

No segundo ano :

$$\text{Montante anterior} + (\text{Montante anterior} \cdot \text{taxa de juros}) = \text{Montante atual}$$

$$R\$\ 1100{,}00 + (R\$\ 1100{,}00 \cdot 10\%) = R\$\ 1210{,}00$$

E agora no final do terceiro ano :

$$\text{Montante anterior} + (\text{Montante anterior} \cdot \text{taxa de juros}) = \text{Montante atual}$$

$$R\$\ 1210{,}00 + (R\$\ 1210{,}00 \cdot 10\%) = R\$\ 1331{,}00$$

Entendeu? Nos juros compostos, a taxa de juros vai sendo aplicada ao valor do montante de cada mês. Todo mês é aplicada a taxa de juros até o final das parcelas.

Se a gente considerar:
- **taxa de juros** é **i**
- o **tempo** do investimento é **t**
- o **capital** é **C**
- o **montante** é **M**.

E lembrando que Montante $M = C + J$

Perceba que pro primeiro mês, a conta feita foi a soma do capital, com o capital aplicado ao juros, ou seja:

$$M_1 = C + C \cdot i$$

Se tirarmos o C em evidência, fica:

$$M_1 = C \cdot (1 + i)$$

No segundo mês, o juros é aplicado ao montante anterior, ou seja o M_1

$$M_2 = M_1 \cdot (1 + i)$$

Só que $M_1 = C \cdot (1 + i)$, então substituindo:

$$M_2 = C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)$$

E pela potenciação, um número multiplicado por si mesmo é ele ao quadrado. Então, temos:

$$M_2 = C \cdot (1 + i)^2$$

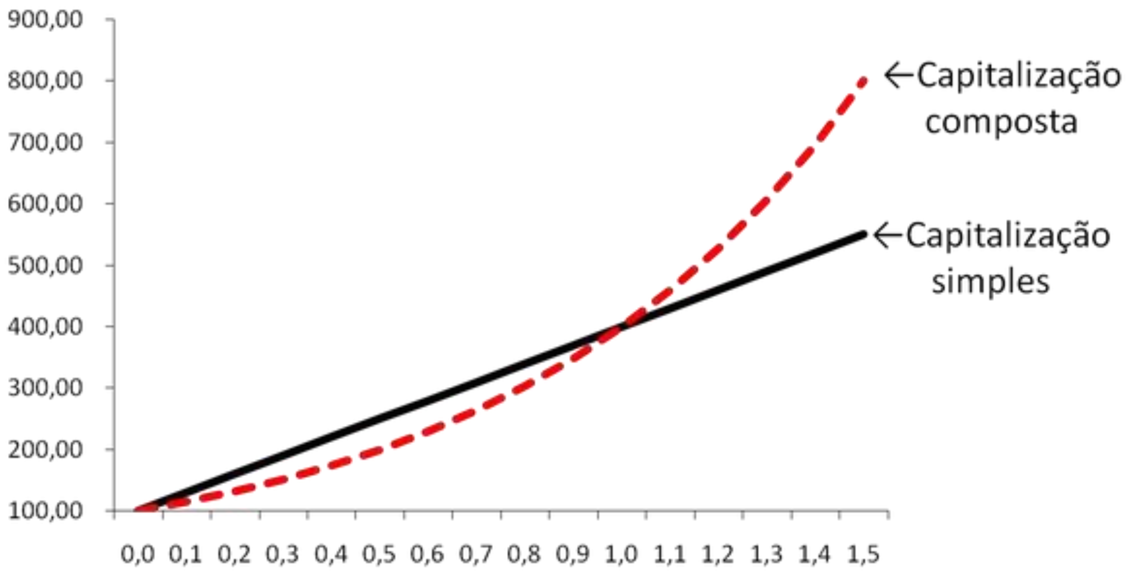
Seguindo esse mesmo raciocínio, chegamos na fórmula que simplifica esse processo que a gente fez, pra não ter que ir calculando mês a mês, que é:

$$\mathbf{M = C \cdot (1 + i)^t}$$

É legal perceber que todas essas formas dependem do período que esse juros está sendo aplicado. Então podemos falar que essas fórmulas de juros, tanto o simples quanto o composto, estão em função da variável tempo.

Lembram da aula que tivemos sobre funções?

Fica a dica ai! Se são funções, conseguimos descrevê-las em gráficos e ver como se comportam.



O gráfico do **juros simples** é uma **reta**, como uma **função do 1º grau**.

Já o gráfico do **juros compostos** é como o de uma **função exponencial**.

Desses gráficos, podemos perceber que o crescimento da um processo a juros simples cresce de forma constante, já os juros compostos, após um início mais lento, passa a crescer cada vez mais rápido (um crescimento exponencial)

Sugestão de vídeos:

Juros simples: https://youtu.be/N27xZJj1m-4
Juros compostos: https://youtu.be/790S9GR5bWU

Questões

1. Um capital de 7.500,00 foi aplicado em um investimento que rende juro simples de 5% ao mês. Qual será o saldo dessa aplicação após seis meses?

a) 2.250,00 b) 10.000,00 c) 9.750,00 d) 8.500,00

.

2. (UFPI) Uma quantia foi aplicada a juros simples de 6% ao mês, durante 5 meses e, em seguida, o montante foi aplicado durante mais 5 meses, a juros simples de 4% ao mês. No final dos 10 meses, o novo montante foi de R$ 234,00. Qual o valor da quantia aplicada inicialmente?

a) R$ 100,00 b) R$ 150,00 c) R$ 155,00 d) R$ 170,00 e) R$ 200,00

3. Um capital aplicado a juros simples durante 2 anos, sob taxa de juros de 5% ao mês, gerou um montante de R$ 26.950,00. Determine o valor do capital aplicado.

4. Uma aplicação especial rende 1,5% ao mês em regime de juros compostos. Certa pessoa deseja aplicar a quantia de R$ 620,00 durante 2 anos. Determine o montante gerado por essa aplicação.

5. (ENEM) Um casal realiza um financiamento imobiliário de R$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com **taxa de juros efetiva** de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R$500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de.

a) 2 075,00. b) 2 093,00. c) 2 138,00. d) 2 255,00. e) 2 300,00.

(Observação: **taxa de juros efetiva** se refere a **juros compostos**)

6. (ENEM) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (Certificado de Depósito Bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

a) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 502,80.
b) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 500,56.
c)o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,38.
d) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21.
e) E o CDB, pois totalizará um montante de R$ 500,87.

Algumas observações com relação a questão a seguir, que é o uso de logaritmos.

a. Se o nome logaritmo assusta, e acha que com a explicação que demos a seguir foi muito rápida, venha em nosso plantão no outro sábado, dia 29, tirar essas e outras dúvidas!

b. $a^x=b$ é equivalente $\log_a b=x$, por exemplo: como $2^4=16$ então é equivalente $\log_2 16=4$

c. Para resolver uma equação que a incógnita aparece no expoente, use o logaritmo, exemplo:

   Exemplo: Sabendo que log3 = 0,48 e log8 = 0,9, resolva a equação: $3^x=8$

   Aplicando log dos dois lados:
   $$\log 3^x=\log 8$$
   Usando a propriedade do logaritmo, o expoente cai multiplicando o logaritmo.
   $$x \cdot \log 3 = \log 8$$
   Substituindo os dados do enunciado
   $$x \cdot 0{,}48 = 0{,}9$$
   $$x = 1{,}875$$

d. ln é um tipo de logaritmo, que a base é o número "e" ("e" vale aproximadamente 2,7). As propriedades válidas pra todos os logaritmos valem para o ln.

7. (ENEM) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i, por um período de tempo n, produz um valor futuro V determinado pela fórmula:
$$V = P \cdot (1 + i)^n$$
Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R$820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para ln(4/3) e 0,0131 como aproximação para ln (1,0132).

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

a) 56ª b)55ª c) 52ª d) 51ª e) 45ª