

MATEMÁTICA

Como visto no *podcast* dessa semana, que tratou sobre a Democracia no Brasil, o país passou por um difícil período: o da ditadura militar.

A situação política do país teve reflexo nas mais diversas esferas, e não se exclui delas a produção de ciência, e especificamente, de matemática. Segundo reportagem da Agência Brasil, cientistas de diversas áreas foram perseguidos. Isso ocorreu tanto para pesquisadores que se opunham diretamente ao governo, como também a pesquisadores que não eram politicamente ativos.

Um evento o qual podemos destacar é o Simpósio Internacional de Sistemas Dinâmicos, que ocorreu em Salvador em 1971. O matemático Paul Koosis critica a participação de outro matemático, Steve Smale, que então se justifica.

Para Koosis o governo militar agia sem qualquer humanidade, e a imprensa mundial trazia informações sobre as torturas, execuções, sobre a organização semioficial de esquadrões assassinos formados por policiais e militares, sobre os extermínios de tribos indígenas etc. Para ele, essas conferências eram parte de um movimento político para fortalecer o regime brasileiro, incentivada pelo governo estadunidense, já que a maioria dos participantes de fora do Brasil eram dos EUA.

No seu entendimento, o fracasso dessas conferências e exposições poderia aumentar o isolamento do regime brasileiro, já o sucesso desses eventos, por outro lado, poderia levar ao desenvolvimento do que Koosis chama de “cinismo” por parte dos intelectuais, isto é, apoiar o regime ou ao menos não se opor a ele.

Já em sua resposta, Smale diz que as torturas não foram ignoradas e que enquanto estavam no Brasil muitos dos matemáticos estrangeiros iniciaram algumas ações de apoio às vítimas da repressão. Para Smale, a agitação dessas ações ampliou significativamente a consciência sobre a realidade ditatorial do Brasil, não somente entre os estrangeiros, mas também entre os estudantes e professores matemáticos brasileiros.

Essas críticas e respostas nos ajudam a entender que a prática científica não é alheia a sociedade, estando sim relacionada a acontecimentos políticos; e da mesma forma, o cientista, independentemente de sua área é um cidadão que se posiciona politicamente.

Toda essa discussão sobre o momento político brasileiro estava ocorrendo num contexto no qual o objeto de estudo dos pesquisadores era a matemática, mais especificamente, os sistemas dinâmicos. Mas o que são sistemas dinâmicos?

Procurando no google achamos isso: Sistemas dinâmicos são sistemas fora do equilíbrio, caracterizados por estados que mudam com o tempo (*não se preocupe muito com entender isso agora!*). São usados para modelar e fazer previsões de sistemas físicos, biológicos, financeiros, etc.

Um tipo de sistema mais simples, que é o que vamos estudar, que também podem ser usados para modelar e fazer previsões, são os sistemas de equações, ou sistemas lineares.

Sistemas de equações

Começemos pensando no seguinte exemplo:

Na compra de duas canetas e um caderno, Joana gastou R\$ 13,00. Carlos comprou quatro canetas e três cadernos e gastou R\$ 32,00. Determine o valor de uma caneta e um caderno.

Não conhecemos o valor de cada caneta de cada caderno. Então podemos atribuir uma incógnita para esses valores.

Valor de uma caneta = x

Valor de um caderno = y

Então, com relação compra de Joana temos:

$$2x \text{ (duas canetas)} + y \text{ (um caderno)} = 13$$

$$2x + y = 13$$

Com relação compra de Carlos temos:

$$4x \text{ (quatro canetas)} + 3y \text{ (três cadernos)} = 32$$

$$4x + 3y = 32$$

Então temos o sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 13 & \text{(Equação I)} \\ 4x + 3y = 32 & \text{(Equação II)} \end{cases}$$

Podemos resolver esse sistema isolando o y na equação I e substituindo na equação II.

Equação I:

$$2x + y = 13$$

Passando $2x$ para o outro lado subtraindo

$$y = 13 - 2x$$

Substituindo na equação II:

$$4x + 3y = 32$$

$$4x + 3*(13 - 2x) = 32$$

Aplicando a distributiva

$$4x + 3*13 + 3*(-2x) = 32$$

$$4x + 39 - 6x = 32$$

$$-2x = 32 - 39$$

$$-2x = -7$$

$$x = -7 \div (-2)$$

$$x = 3,5$$

Ou seja, **cada caneta custa 3 reais e 50 centavos.**

Para encontrar o preço dos cadernos, basta substituir o valor de x em uma das equações.

Substituindo x na equação I:

$$2*(3,5) + y = 13$$

$$7 + y = 13$$

$$y = 13 - 7$$

$$y = 6$$

Então **cada caderno custa 6 reais.**

Um outro jeito de resolver esse sistema é usando o **método da adição** (apesar do nome, você também pode usar subtrações e algumas multiplicações), também conhecido como **escalonamento**. Antes disso, vamos lembrar de uma propriedade das equações

Se tivermos a equação $x = 1$, nós podemos por exemplo multiplicar toda a equação por um número, que ela vai continuar valendo. Por exemplo, multiplicando por 2, a equação nova é $2x = 2$. Se multiplicarmos por -5, vamos ter $-5x = -5$. E assim por diante. Isso vai ser útil!

Voltando para nosso sistema:

$$| 2x + y = 13 \quad (I)$$

$$| 4x + 3y = 32 \quad (II)$$

A ideia do método **escalonamento** é deixar duas incógnitas multiplicadas por números iguais, para depois cancelá-las!

Na equação I, o x está sendo multiplicado por 2. Na equação II, o x está sendo multiplicado por 4. Para tornar esse número igual, basta multiplicarmos a toda equação I por 2.

$$|4x + 2y = 26 \quad 2^*(I)$$

$$|4x + 3y = 32 \quad (II)$$

Agora nós subtraímos uma equação da outra:

$$4x + 2y - 4x - 3y = 26 - 32$$

$$-y = -6$$

$$y = 6$$

Substituindo o y na equação II por exemplo encontramos o x

$$4x + 3*(6) = 32$$

$$4x + 18 = 32$$

$$4x = 32 - 18$$

$$4x = 14$$

$$x = 14 \div 4$$

$$x = 3,5$$

Pelos dois métodos, devemos chegar nos mesmo resultados de x e y. A **solução do sistema** pode ser escrita também como **par ordenado (x, y)**, dentro de um conjunto solução, nesse caso a solução é **S= {(3,5; 6)}**.

Para ver mais sobre o assunto de sistemas, veja o vídeo a seguir:

Me Salva! Sistemas Lineares de 2 variáveis - Método da adição e substituição

<https://youtu.be/EEP3gusOIlq>

E para resolver sistemas com 3 equações:

Sandro Curió - Sistemas Lineares 3 x 3 | Escalonamento

<https://youtu.be/hP59QyuhTbc>

Exercícios

1. Resolva o sistema abaixo:

$$| x + y = 3$$

$$| -x + y = -1$$

2. João cria 60 animais em sua fazenda. Alguns deles eram vacas, outros eram galinhas. Sabendo que o total de patas registradas em uma inspeção foi de 220, quantas vacas João cria?

*(Atenção! No exercício 3 **Não** é para resolver os sistemas, você deve escolher qual das alternativas correspondem ao sistema formado pelo enunciado).*

3. (UNICAMP) As companhias aéreas costumam estabelecer um limite de peso para a bagagem de cada passageiro, cobrando uma taxa por quilograma de excesso de peso. Quando dois passageiros compartilham

a bagagem, seus limites são considerados em conjunto. Em um determinado voo, tanto um casal como um senhor que viajava sozinho transportaram 60 kg de bagagem e foram obrigados a pagar pelo excesso de peso. O valor que o senhor pagou correspondeu a 3,5 vezes o valor pago pelo casal. Para determinar o peso excedente das bagagens do casal (x) e do senhor que viajava sozinho (y), bem como o limite de peso que um passageiro pode transportar sem pagar qualquer taxa (z), pode-se resolver qual dos seguintes sistemas lineares:

$$a) \begin{cases} x & + 2z = 60 \\ & y + z = 60 \\ 3,5x - y & = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x & + z = 60 \\ & y + 2z = 60 \\ 3,5x - y & = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x & + 2z = 60 \\ & y + z = 60 \\ 3,5x + y & = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x & + z = 60 \\ & y + 2z = 60 \\ 3,5x + y & = 0 \end{cases}$$

Referências:

Lucieli M. Trivizoli - Cartas de Matemáticos Estrangeiros sobre o Contexto Brasileiro no Início da Década de 1970

https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2019000100290&script=sci_arttext

Agência Brasil - Projeto identifica cientistas perseguidos pela ditadura militar

<https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2015-03/projeto-ciencia-na-ditadura-identifica-cientistas-atingidos-pelo-regime>