

Matemática - Cultura e realidade periférica

Salve salve família, só sucesso? No podcast dessa semana a galera falou de cultura e arte da e na quebrada, e uma das intervenções citadas foi o pixo. Mas aí tu me pergunta, e que que tem a ver com pixo com a Matemática, se tu nunca tu ninguém pixar uma fórmula de Bhaskara num prédio?

O que tem a ver é que em muitos espaços as formas que enxergamos o mundo podem estar relacionado com a Matemática. Quando achamos um quadro famoso do Da Vinci belo, ou achamos um pixo muito louco, um dos elementos que pode nos chamar atenção nessa obra de arte é sua **simetria** (ou até a falta dela). Vamos ver dar uma olhada então nessas simetrias no pixo e que fita é essa de simetrias.

Por exemplo, vejamos nas imagens abaixo.



Na imagem da esquerda, que está escrito “coisa”, podemos perceber que se dividirmos a palavra ao meio, na letra *i*, o lado esquerdo “co” e o lado direito “sa” parecem **reflexos** um do outro. Claro que não é um reflexo perfeito, pois há a liberdade da expressão artística.

Já na imagem da direita, dá uma olhada no PIXO♡LIXO ali em cima. Notaram que os detalhes de cada uma das letras X está ao contrário da outra, como se elas estivessem refletidas num espelho? O pixador utilizou como recurso estético o que chamamos na Matemática de simetria de reflexão, como se a letra estivesse sendo refletida num espelho mesmo.



Observem o 1691 pixado no portão. Não só no pixo, como na escrita mesmo, o 6 e o 9 são simétricos por **rotação**. Ou seja, se girarmos o 6 em 180° , chegamos no 9, se girarmos o 9 em 180° , voltamos pro 6. Nesse caso, o pixador usou essa característica pra composição estética do pixo.

Já a palavra que aparece pixada quatro vezes do lado direito, foi utilizado o recurso que na matemática se chama de **translação**, que nada mais é do que a mudança de um objeto de uma posição pra outra. Ou seja, supondo que o pixador começou pela palavra de cima, depois ele copiou ela em uma posição diferente em baixo, e depois em baixo de novo. Falando com termos da matemática ele fez uma translação.

Agora vejamos com maior detalhe qual a ideia desses conceitos que chamamos de **Transformações Geométricas** na Matemática.

Reflexão

Com relação à uma reta

A simetria de reflexão ocorre com relação a um eixo, e os pontos correspondentes têm a mesma distância em relação à esse eixo. Pode ser meio confuso assim, mas vamos ver alguns exemplos.

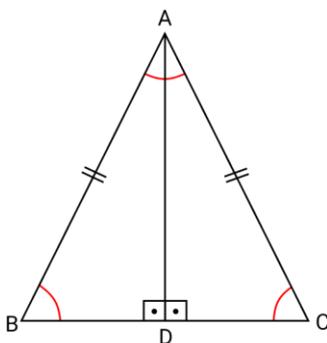
Podemos observar isso na imagem do PIXO♥LIXO.



Se ligou entre os X's? Não parece que tem um espelho entre eles? Então, isso é a simetria em relação a um eixo. O eixo nada mais é do que uma reta que divide a imagem simétrica em duas, esse eixo é como se fosse um espelho.

Com relação a distância que falamos lá em cima, pensa o seguinte: quando tu tá de frente pra um espelho, conforme você se aproxima do espelho, seu reflexo se aproxima de ti também, quando você se afasta do espelho, seu reflexo se afasta também. Você e seu reflexo estão à mesma distância do eixo de simetria (que nesse caso é o espelho).

Isso pode ser observado também em polígonos e é interessante observar o que isso gera.



Vamos observar esse triângulo ABC, que é isósceles. Um triângulo isósceles tem dois lados (AB e AC) e dois ângulos iguais (B e C). A reta AD, que é a altura desse triângulo, formou dois outros triângulos, o triângulo ABD e o triângulo ACD.

Além de formar esses dois novos triângulos, ele também é o eixo de simetria entre esses dois triângulos, consegue ver? O lado AC é simétrico ao lado AB, o ângulo C é simétrico ao ângulo B.

Nesse caso, a reta AD é como se fosse o nosso espelho.

Isso é bem usado no campo das artes. Um exemplo disso é o Taj Mahal, que fica localizado na Índia. Aquele da música do Jorge Ben Jor.



Sabendo de tudo isso que vimos, dá pra imaginar onde temos simetria nessa imagem ?

Dá pra perceber que o eixo de simetria passa bem no meio do castelo né? Na arquitetura é comum usar essas relações matemáticas de simetria. Além disso, se olharmos pro reflexo do Taj Mahal na água, vemos que a imagem na água também é simétrica ao prédio, sendo o eixo de simetria o chão.

Com relação a um ponto

Agora, ao invés dos pontos correspondentes serem equidistantes a um eixo de referência, os pontos correspondentes devem ter a mesma distância em relação a um ponto.

É, a gente sabe que fica difícil imaginar isso, então vamos ver umas figurinhas.

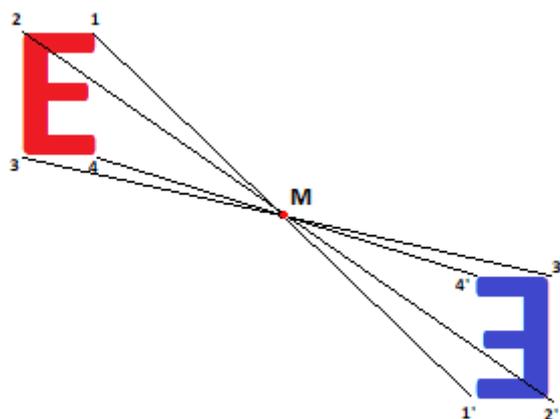
Primeiro, imagine que estamos querendo a reflexão da letra E em relação ao ponto M, que está na figura abaixo



Para poder entender melhor, identificamos alguns pontos da letra E com os números 1,2,3 e 4.

Para fazer a reflexão desejada, temos que traçar uma reta que passe pelo ponto que queremos refletir e o ponto de referência M e a partir disso, traçar em cima dessa reta um ponto que tenha a mesma distância de M até o ponto que será refletido.

Por exemplo, vamos pegar o ponto 1. Para gerar a sua reflexão iremos formar uma reta que contenha o ponto 1 e o ponto M. O ponto refletido, que iremos chamar de ponto 1', tem que estar distante do ponto M a mesma distância que o ponto 1 tem do ponto M. Agora fazer o mesmo procedimento para todos os pontos.

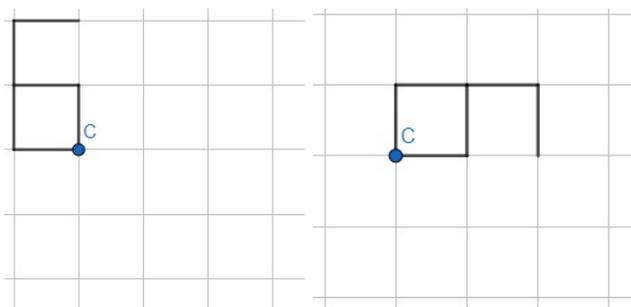


Toda essa explicação para chegarmos a conclusão que a reflexão e a imagem original tem que ter a mesma distância do ponto de reflexão, ou seja, elas tem que ser equidistantes do ponto de reflexão M.

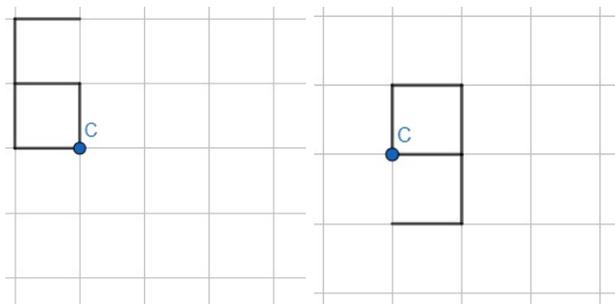
Rotação

Outro caso de simetria é a de rotação, que é o giro de uma forma ao redor de um ponto (que é chamado de centro de rotação). O centro de rotação pode estar dentro ou fora da figura.

Vejamos as figuras a seguir, iremos rotacionar o número 6 (meio quadrado mas é um 6) em 90° com relação ao ponto C.



Agora caso fizermos uma rotação da primeira figura em 180° em relação ao ponto C, temos o seguinte:

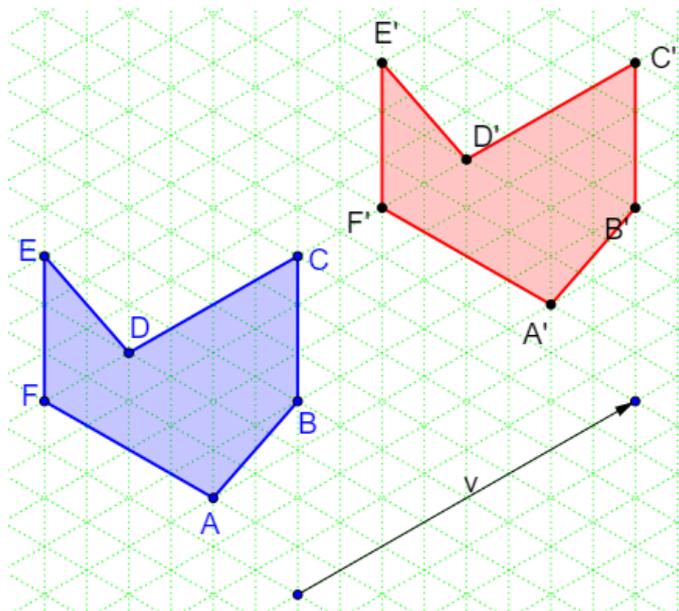


Percebam que a figura mudou de posição e também de localização no plano após feita a rotação.

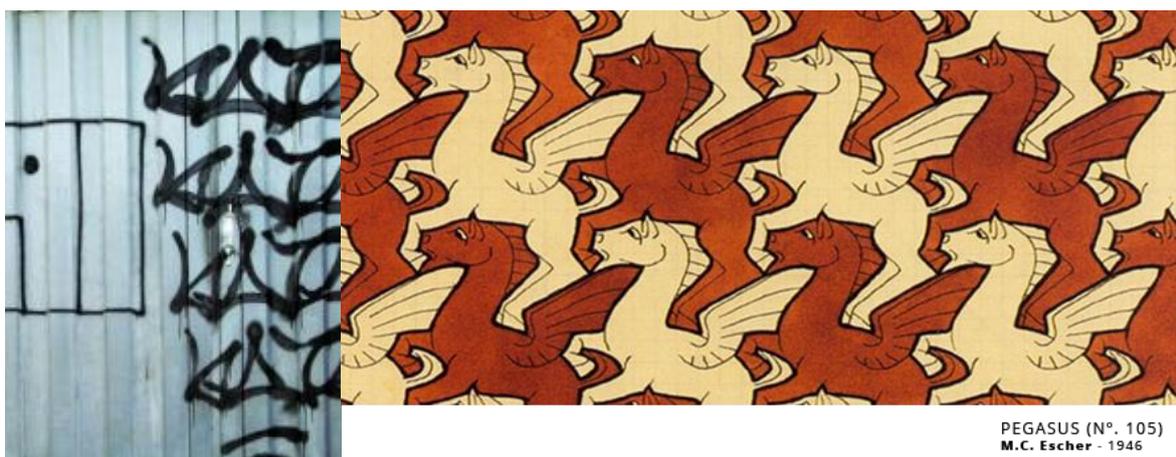
Um exemplo de rotação é você tira aquela foto bacana mas ela sai de lado. Ai tu vai e edita a foto, faz uma rotação de 90° e sucesso. (E às vezes se você gira só 90° ela fica de ponta cabeça, aí você tem que girar mais 90° , depois mais 90° pra aí sim ficar certo).

Translação

Por fim a translação é o movimento que um objeto realiza de um ponto a outro.



Na figura acima, a forma azul sofreu uma translação no sentido da reta v , chegando assim na figura vermelha. Podemos ver alguns exemplos disso na arte com as figuras abaixo.



Podemos ver na repetição dos pegasus (cavalinhos) vermelhos e brancos, que podem ser construídos a partir de fazer um dos desenhos e movê-los para outra posição.

Sugestão de vídeo e aplicativos sobre simetrias

Stoodi - Figuras Simétricas: <https://youtu.be/qFCDfW3C7F4>

Simetrias Axiais - pontos simétricos:

<http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/sim11.htm>

Simetrias centrais - pontos simétricos:

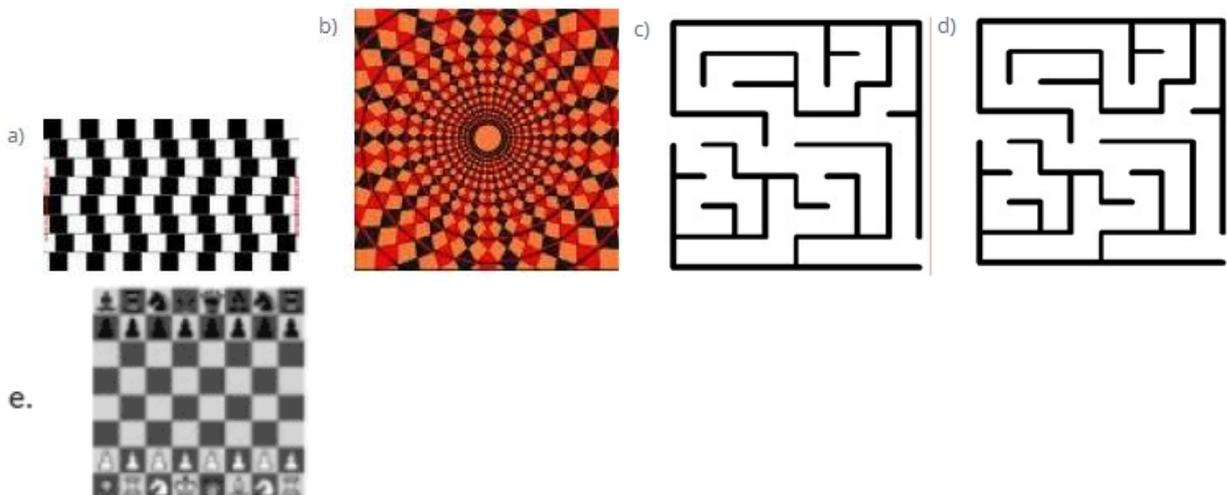
<http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/sim2.html>

Brincando com a simetria:

<http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/sim3.html>

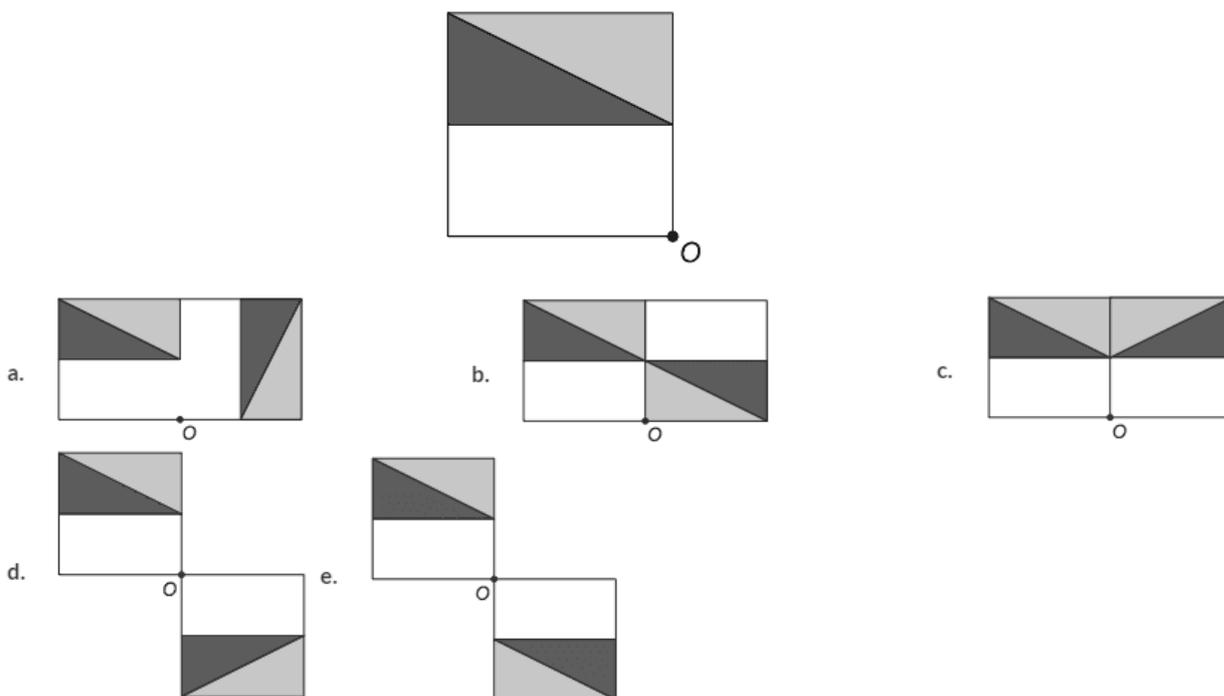
Questões

1. (ENEM 2009) Simetrias são encontradas, frequentemente, em nosso dia-a-dia. Elas estão nas asas de uma borboleta, nas pétalas de uma flor ou em uma concha do mar. Em linguagem informal, uma figura no plano é simétrica quando for possível dobrá-la em duas partes, de modo que essas partes coincidam completamente. De acordo com a descrição acima, qual das figuras a seguir é simétrica?



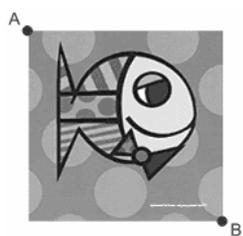
2. (ENEM 2013) Um programa de edição de imagens possibilita transformar figuras em outras mais complexas. Deseja-se construir uma nova figura a partir da original. A nova figura deve apresentar simetria em relação ao ponto O.

(Dica: atenção com o que a figura é simétrica: se é a um ponto ou um eixo (e a qual ponto e qual eixo), isso faz diferença!)

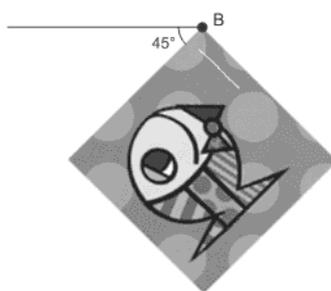


3. (ENEM 2017) A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada O peixe, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada

nos pontos A e B. Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprende, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.



A



Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360° .

A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de

- a. 90° no sentido horário.
- b. 135° no sentido horário.
- c. 180° no sentido anti-horário.
- d. 270° no sentido anti-horário.
- e. 315° no sentido horário.